

中学数学 多項式の問題

- 多項式の計算
- 多項式と単項式の乗除
- 多項式と多項式の乗法
- $(x + a)(x + b)$ の展開
- $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ の展開
- $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ の展開
- $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$ の展開
- いろいろな式の展開
- 素因数分解、因数分解
- 乗法公式を利用した因数分解
- 式の利用

* 「ページ表示」を「見開き」でご覧いただきますと、問題とその答えが見やすくなります。

* このテキストは家庭学習の補助教材としてのみご利用いただけます。その他（問題の改変、商用など）の利用はご遠慮くださいますようお願いいたします。

例題 1~2

例題 1

次の計算をなさい。

① $(x + 2)(y + 1)$

② $(x + 5)(y + 3)$

③ $(x - 2)(y + 1)$

④ $(5x - 2)(2y + 1)$

⑤ $(6x - y)(3x - 2y)$

例題 2

次の式を展開しなさい。

① $(x + 2)(x + 1)$

② $(x + 4)(x + 3)$

③ $(x + 5)(x + 4)$

④ $(x + 7)(x + 1)$

⑤ $(x + 1)(x - 3)$

⑥ $(x - 2)(x - 3)$

⑦ $(x - 5)(x - 6)$

⑧ $(x - 4)(x + 3)$

⑨ $(x - 7)(x + 9)$

⑩ $(x + 4)(x - 8)$

解 1~2

解 1

① $xy + x + 2y + 2$

② $xy + 3x + 5y + 15$

③ $xy + x - 2y - 2$

④ $10xy + 5x - 4y - 2$

⑤ $18x^2 - 15xy + 2y^2$

解 2

① $x^2 + 3x + 2$

② $x^2 + 7x + 12$

③ $x^2 + 9x + 20$

④ $x^2 + 8x + 7$

⑤ $x^2 - 2x - 3$

⑥ $x^2 - 5x + 6$

⑦ $x^2 - 11x + 30$

⑧ $x^2 - x - 12$

⑨ $x^2 + 2x - 63$

⑩ $x^2 - 4x - 32$

例題 3~4⑥

例題 3

次の式を展開しなさい。

① $(x + 5)^2$

② $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2$

③ $(x + 1)^2$

④ $(x + 3)^2$

⑤ $(x + 9)^2$

⑥ $(x + 12)^2$

⑦ $(x + 0.8)^2$

⑧ $(x + 0.5)^2$

⑨ $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2$

⑩ $\left(x + \frac{4}{3}\right)^2$

例題 4

次の式を展開しなさい。

① $(x - 5)^2$

② $(x - 1)^2$

③ $(x - 4)^2$

④ $(x - 6)^2$

⑤ $(x - 11)^2$

⑥ $(x - 14)^2$

解 3~4⑥

解 3

① $x^2 + 10x + 25$

② $x^2 + 3x + \frac{9}{4}$

③ $x^2 + 2x + 1$

④ $x^2 + 6x + 9$

⑤ $x^2 + 18x + 81$

⑥ $x^2 + 24x + 144$

⑦ $x^2 + 1.6x + 0.64$

⑧ $x^2 + x + 0.25$

⑨ $x^2 + 5x + \frac{25}{4}$

⑩ $x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{16}{9}$

解 4

① $x^2 - 10x + 25$

② $x^2 - 2x + 1$

③ $x^2 - 8x + 16$

④ $x^2 - 12x + 36$

⑤ $x^2 - 22x + 121$

⑥ $x^2 - 28x + 196$

例題 4⑦~5

例題 4

次の式を展開しなさい。

⑦ $(x - 0.1)^2$

⑧ $(x - 0.6)^2$

⑨ $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

⑩ $\left(x - \frac{6}{5}\right)^2$

例題 5

次の式を展開しなさい。

① $(x - 4)(x + 4)$

② $(x + 1)(x - 1)$

③ $(x - 1)(x + 1)$

④ $(x + 5)(x - 5)$

⑤ $(x - 5)(x + 5)$

⑥ $(x + 10)(x - 10)$

⑦ $(x - 0.2)(x + 0.2)$

⑧ $(x + 1.3)(x - 1.3)$

⑨ $\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right)$

⑩ $\left(x + \frac{6}{5}\right)\left(x - \frac{6}{5}\right)$

解 4⑦~5

解 4

$$\textcircled{7} \quad x^2 - 0.2x + 0.01$$

$$\textcircled{8} \quad x^2 - 1.2x + 0.36$$

$$\textcircled{9} \quad x^2 - x + \frac{1}{4}$$

$$\textcircled{10} \quad x^2 - \frac{12}{5}x + \frac{36}{25}$$

解 5

$$\textcircled{1} \quad x^2 - 16$$

$$\textcircled{2} \quad x^2 - 1$$

$$\textcircled{3} \quad x^2 - 1$$

$$\textcircled{4} \quad x^2 - 25$$

$$\textcircled{5} \quad x^2 - 25$$

$$\textcircled{6} \quad x^2 - 100$$

$$\textcircled{7} \quad x^2 - 0.04$$

$$\textcircled{8} \quad x^2 - 1.69$$

$$\textcircled{9} \quad x^2 - \frac{4}{9}$$

$$\textcircled{10} \quad x^2 - \frac{36}{25}$$

例題 6~7

例題 6

次の式を展開しなさい。

① $(x + 1)(x - 5)$

② $(x - 5)^2$

③ $(x + 6)(x - 6)$

④ $(x + 4)(x + 9)$

⑤ $(x + 8)^2$

⑥ $(6x - 1)(2x + 5)$

⑦ $(2 - x)(2 + x)$

⑧ $x(x + 1)$

⑨ $\left(x - \frac{1}{6}\right)^2$

⑩ $\left(x + \frac{9}{2}\right)\left(x - \frac{7}{2}\right)$

例題 7

次の式を展開しなさい。

① $(3x + 2)(3x + 5)$

② $(3x - 2)(3x + 5)$

③ $(3a + 2)(3a - 5)$

④ $(3a - 2b)(3a - 5b)$

解 6~7

解 6

① $x^2 - 4x - 5$

② $x^2 - 10x + 25$

③ $x^2 - 36$

④ $x^2 + 13x + 36$

⑤ $x^2 + 16x + 64$

⑥ $12x^2 + 28x - 5$

⑦ $4 - x^2$

⑧ $x^2 + x$

⑨ $x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36}$

⑩ $x^2 + x - \frac{63}{4}$

解 7

① $9x^2 + 21x + 10$

② $9x^2 + 9x - 10$

③ $9a^2 - 9a - 10$

④ $9a^2 - 21ab + 10b^2$

例題 8~10

例題 8

次の式を展開しなさい。

① $(5x + 3)^2$

② $(5x + 3y)^2$

③ $(5a - 3)^2$

④ $(5a - 3b)^2$

例題 9

次の式を展開しなさい。

① $(5x + 2)(5x - 2)$

② $(5a + 2b)(5a - 2b)$

③ $(5 + 2a)(5 - 2a)$

④ $(2a + 5)(5 - 2a)$

例題 10

次の式を展開しなさい。

① $(6x - 5)(6x + 1)$

② $(8x + y)^2$

③ $(2a - 5b)^2$

④ $\left(\frac{1}{3}a - b\right)\left(\frac{1}{3}a + b\right)$

⑤ $(4x - y)(4x + y) - (3x + y)^2$

解 8~10

解 8

① $25x^2 + 30x + 9$

② $25x^2 + 30xy + 9y^2$

③ $25a^2 - 30a + 9$

④ $25a^2 - 30ab + 9b^2$

解 9

① $25x^2 - 4$

② $25a^2 - 4b^2$

③ $25 - 4a^2$

④ $25 - 4a^2$

解 10

① $36x^2 - 24x - 5$

② $64x^2 + 16xy + y^2$

③ $4a^2 - 20ab + 25b^2$

④ $\frac{1}{9}a^2 - b^2$

⑤ $7x^2 - 6xy - 2y^2$

例題 11~12

例題 11

- (1) 30 以上 40 以下の素数を求めなさい。
- (2) 次の自然数を素因数分解しなさい。
 - (ア) 15
 - (イ) 24
 - (ウ) 108
- (3) 20 にできるだけ小さい自然数を掛けて、ある自然数の 2 乗になるようにするには、どんな数を掛ければよいか。
- (4) 54 にできるだけ小さい自然数を掛けて、ある自然数の 2 乗になるようにするには、どんな数を掛ければよいか。

例題 12

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $ab + ac$
- (2) $6a + 6b$
- (3) $6abc + 12bc$
- (4) $a^2b + ab^2$
- (5) $xy - 3x$
- (6) $2a^3 + a^2$
- (7) $ab + ac - ad$
- (8) $3ab^2 + 6ab$
- (9) $10m^2n - 5mn^2$
- (10) $14xy - 21x + 7y$

解 11~12

解 11

(1) 31、37

(2)

(ア) $15 = 3 \times 5$

(イ) $24 = 2^3 \times 3$

(ウ) $108 = 2^2 \times 3^3$

(3) 5

(4) 6

解 12

(1) $a(b + c)$

(2) $6(a + b)$

(3) $6bc(a + 2)$

(4) $ab(a + b)$

(5) $x(y - 3)$

(6) $a^2(2a + 1)$

(7) $a(b + c - d)$

(8) $3ab(b + 2)$

(9) $5mn(2m - n)$

(10) $7(2xy - 3x + y)$

例題 13~14 (7)

例題 13

次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 4x + 3$

(2) $x^2 + 7x + 12$

(3) $x^2 + 5x + 4$

(4) $x^2 - 5x + 4$

(5) $x^2 - 8x + 15$

(6) $x^2 - 2x - 3$

(7) $x^2 - 5x - 36$

(8) $x^2 - 3x - 10$

(9) $x^2 + 9x - 10$

(10) $x^2 + 3x - 18$

例題 14

次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 6x + 9$

(2) $x^2 + 8x + 16$

(3) $x^2 + 10x + 25$

(4) $x^2 + 2x + 1$

(5) $x^2 + 14x + 49$

(6) $x^2 - 6x + 9$

(7) $x^2 - 16x + 64$

解 13~14 (7)

解 13

(1) $(x + 1)(x + 3)$

(2) $(x + 3)(x + 4)$

(3) $(x + 1)(x + 4)$

(4) $(x - 1)(x - 4)$

(5) $(x - 3)(x - 5)$

(6) $(x + 1)(x - 3)$

(7) $(x + 4)(x - 9)$

(8) $(x + 2)(x - 5)$

(9) $(x - 1)(x + 10)$

(10) $(x - 3)(x + 6)$

解 14

(1) $(x + 3)^2$

(2) $(x + 4)^2$

(3) $(x + 5)^2$

(4) $(x + 1)^2$

(5) $(x + 7)^2$

(6) $(x - 3)^2$

(7) $(x - 8)^2$

例題 14 (8)~16 (7)

例題 14

次の式を因数分解しなさい。

$$(8) \quad x^2 - 12x + 36$$

$$(9) \quad x^2 - 20x + 100$$

$$(10) \quad x^2 - x + \frac{1}{4}$$

例題 15

次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad x^2 - 9$$

$$(2) \quad x^2 - 4$$

$$(3) \quad x^2 - 49$$

$$(4) \quad x^2 - 25$$

$$(5) \quad x^2 - \frac{1}{36}$$

例題 16

次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad 4x + 2y$$

$$(2) \quad ab - bcd$$

$$(3) \quad x^2 + 8x + 15$$

$$(4) \quad x^2 + x - 6$$

$$(5) \quad x^2 + 24x + 144$$

$$(6) \quad x^2 - 0.2x + 0.01$$

$$(7) \quad x^2 - 1$$

解 14 (8) ~16 (7)

解 14

$$(8) \quad (x - 6)^2$$

$$(9) \quad (x - 10)^2$$

$$(10) \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

解 15

$$(1) \quad (x + 3)(x - 3)$$

$$(2) \quad (x + 2)(x - 2)$$

$$(3) \quad (x + 7)(x - 7)$$

$$(4) \quad (x + 5)(x - 5)$$

$$(5) \quad \left(x + \frac{1}{6}\right)\left(x - \frac{1}{6}\right)$$

解 16

$$(1) \quad 2(2x + y)$$

$$(2) \quad b(a - cd)$$

$$(3) \quad (x + 3)(x + 5)$$

$$(4) \quad (x + 3)(x - 2)$$

$$(5) \quad (x + 12)^2$$

$$(6) \quad (x - 0.1)^2$$

$$(7) \quad (x + 1)(x - 1)$$

例題 16 (8) ~18

例題 16

次の式を因数分解しなさい。

(8) $ax^2 + 2ax + a$

(9) $3x^2 - 21x + 30$

(10) $4ax^2 - 4a$

例題 17

次の式を因数分解しなさい。

(1) $4x^2 + 12x + 9$

(2) $4x^2 - 9$

(3) $9x^2 - 24x + 16$

(4) $25a^2 - 20ab + 4b^2$

(5) $\frac{1}{100}m^2 - 49n^2$

例題 18

乗法公式や因数分解を利用して、次の計算をしなさい。

(1) 89^2

(2) 41×39

(3) $35^2 - 15^2$

解 16 (8) ~18

解 16

$$(8) \quad a(x + 1)^2$$

$$(9) \quad 3(x - 2)(x - 5)$$

$$(10) \quad 4a(x + 1)(x - 1)$$

解 17

$$(1) \quad (2x + 3)^2$$

$$(2) \quad (2x + 3)(2x - 3)$$

$$(3) \quad (3x - 4)^2$$

$$(4) \quad (5a - 2b)^2$$

$$(5) \quad \left(\frac{1}{10}m + 7n\right)\left(\frac{1}{10}m - 7n\right)$$

解 18

$$(1) \quad 7921$$

$$(2) \quad 1599$$

$$(3) \quad 1000$$

例題 19

例題 19

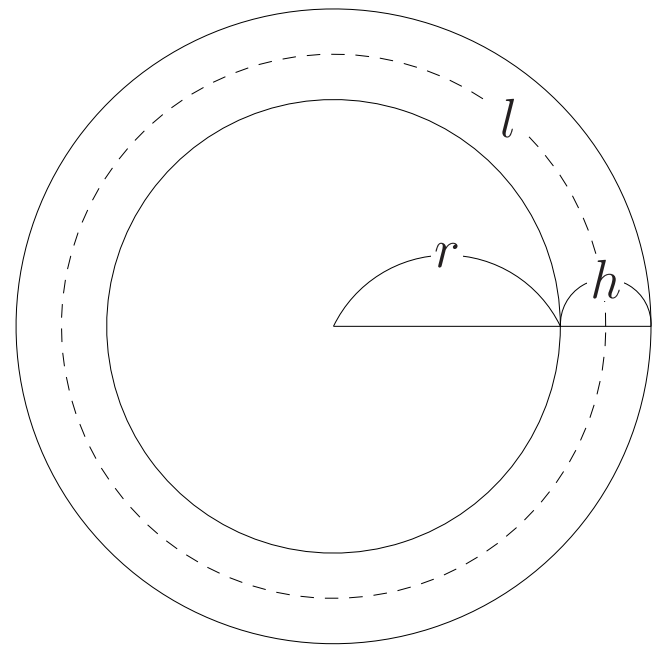
- (1) 連続する 2 つの整数について、大きい数の二乗から小さい数の二乗をひいた差は、もとの 2 つの整数の和になることを証明しなさい。

例題 19

- (2) 半径 r の円形の花だんの周りに、幅 h の道がある。この道の面積を S 、道の中央を通る円周の長さを l とするとき

$$S = hl$$

となることを証明しなさい。



解 19

解 19 (1)

連続する 2 つの整数のうち、小さい整数を n とすると大きい整数は $n + 1$ と表せる。大きい整数の二乗から小さい整数の二乗を引いた差は

$$\begin{aligned}(n + 1)^2 - n^2 &= n^2 + 2n + 1 - n^2 \\ &= 2n + 1 \\ &= n + (n + 1)\end{aligned}$$

よって大きい数の二乗から小さい数の二乗をひいた差は、もとの 2 つの整数の和になる

解 19 (2)

道の面積 S は

$$\begin{aligned}S &= \pi(r + h)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(r^2 + 2hr + h^2) - \pi r^2 \\ &= \pi r^2 + 2\pi hr + \pi h^2 - \pi r^2 \\ &= 2\pi hr + \pi h^2 \cdots \textcircled{1}\end{aligned}$$

また、道の中央を通る円周の半径は $\left(r + \frac{h}{2}\right)$ なので

$$l = 2\pi \left(r + \frac{h}{2}\right)$$

ここで

$$\begin{aligned}hl &= h \times 2\pi \left(r + \frac{h}{2}\right) \\ &= 2\pi hr + \pi h^2 \cdots \textcircled{2}\end{aligned}$$

したがって①、②より $S = hl$