三角形と四角形　問題

- 二等辺三角形
- 二等辺三角形の性質
- 二等辺三角形であるための条件
- 正三角形
- 直角三角形の合同
- 直角三角形の合同条件を使った証明
- 平行四辺形
- 平行四辺形の性質
- 平行四辺形であるための条件
- いろいろな平行四辺形
- 平行線と面積
- 円周角

＊「ページ表示」を「見開き」でご覧いただきますと、問題とその答えが見やすくなります。

＊このテキストは家庭学習の補助教材としてのみご利用いただけます。その他（問題の改変、商用など）の利用はご遠慮くださいますようお願いいたします。

中学数学　数奇な数

例題１（1）～（2）

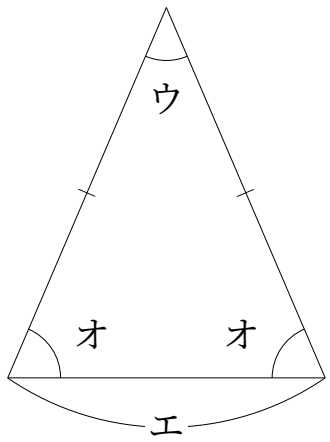
例題１

（1）　次の[ア]～[オ]に当てはまる言葉を書き入れなさい。

①　用語の意味をはっきり述べたものを、その用語の[ア]という。

②　証明されたことがらのうちで、よく使われるものを[イ]という。

③　二等辺三角形の等しい辺の間の角を[ウ]といい、[ウ]に対する辺を[エ]、[エ]の両端の角を[オ]という。



ア	イ	ウ
エ	オ	

（2）　△ABC でAB＝ACならば∠B＝∠Cであることを次のように証明した。[ア]～[オ]をうめて証明を完成させなさい。

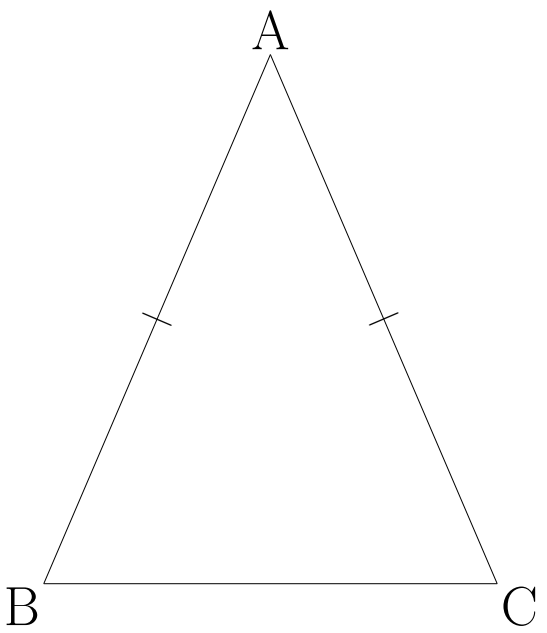
∠A の二等分線をひき、

辺 BC との交点を D とする。

△ABD と△ACD において

仮定よりAB＝[ア]…①、∠BAD＝∠[イ]…②

[ウ]は共通…③



①、②、③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△ABD≡△[エ]

したがって∠B＝∠[オ]

ア	イ	ウ
エ	オ	

解 1（1）～（2）

解 1

（1）

ア　定義	イ　定理	ウ　頂角
エ　底辺	オ　底角	

（2）

∠A の二等分線をひき、

辺 BC との交点を D とする。

△ABD と△ACD において

仮定より AB ＝ AC…①、∠BAD ＝ ∠CAD…②

AD は共通…③

①、②、③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△ABD≡△ACD

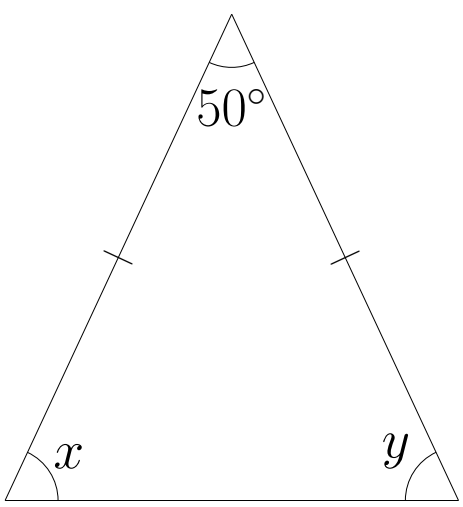
したがって∠B ＝ ∠C

ア　AC	イ　CAD	ウ　AD
エ　ACD	オ　C	

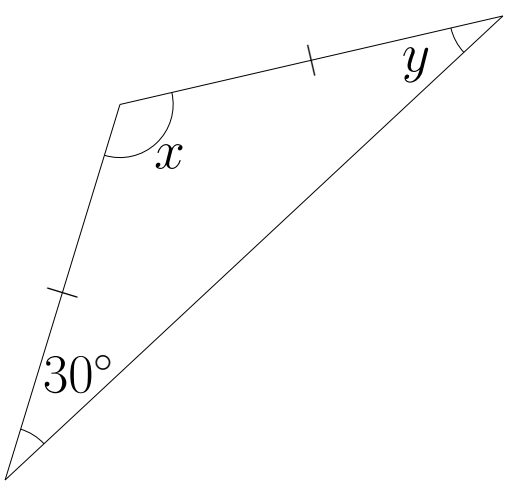
例題１（3）～（4）

（3）　下の図で、∠x、∠yの大きさを求めなさい。ただし、同じ印をつけた辺の長さは等しいものとする。

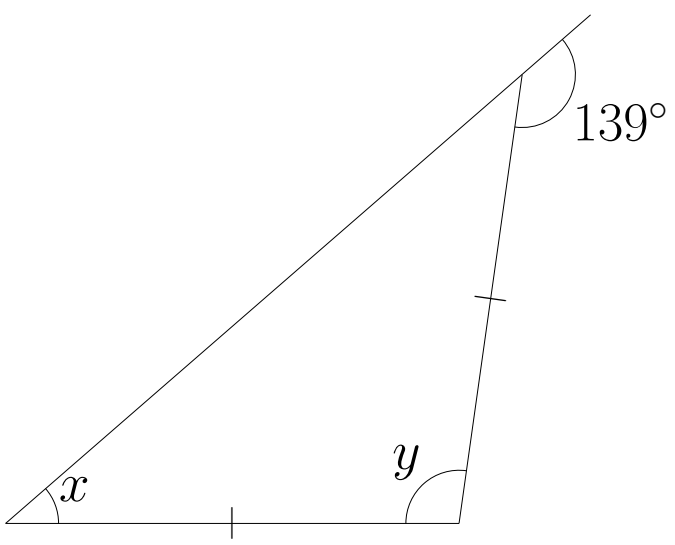
①



②



③



（4）　AB＝ACである△ABCにおいて、∠Aの二等分線と辺BCとの交点をDとする。このときBD＝CDとなることを次のように証明した。ア～オをうめて証明を完成させなさい。

△ABDと△ア において

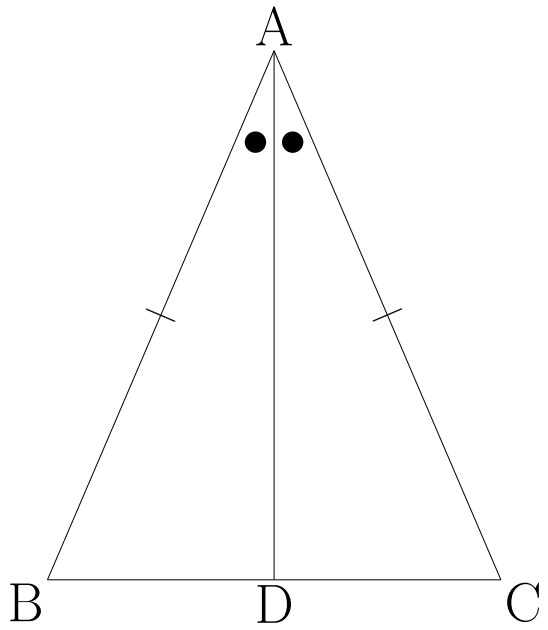
仮定よりAB＝イ…①、∠BAD＝∠ウ…②

エは共通…③

①、②、③よりオから

△ABD≡△ACD

したがってBD＝CD



ア	イ	ウ
エ	オ	

解 1（3）～（4）

解 1

（3）

①

$\angle x = 65^\circ$

$\angle y = 65^\circ$

②

$\angle x = 120^\circ$

$\angle y = 30^\circ$

③

$\angle x = 41^\circ$

$\angle y = 98^\circ$

（4）

△ABD と△ACD において

仮定より AB ＝ AC…①、∠BAD ＝ ∠CAD…②

AD は共通…③

①、②、③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABD≡△ACD

したがって BD ＝ CD

ア　ACD	イ　AC	ウ　CAD
エ　AD	オ　2 辺とその間の角がそれぞれ等しい	

例題 2

例題 2

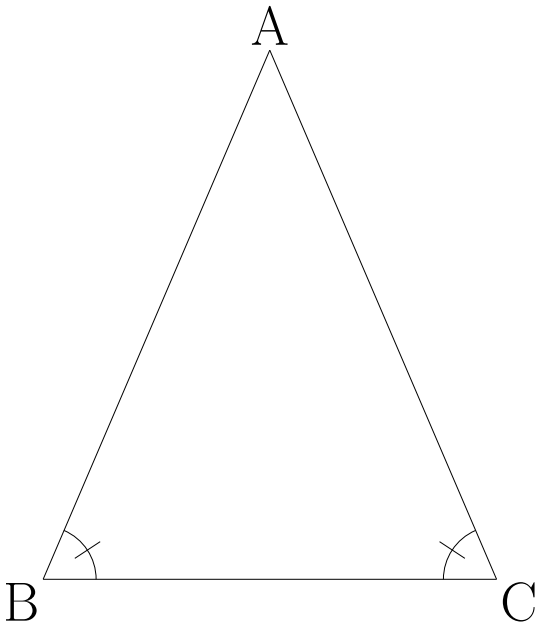
（1）　次のことがらの逆をいいなさい。また、それが正しいかどうか調べなさい。

①　自然数a、bで、aとbが偶数ならば$a+b$も偶数である。

②　△ABC で∠A = 90°　ならば∠B + ∠C = 90°　である。

③　$a>0$、$b>0$ ならば$ab>0$ である。

（2）△ABC で∠B = ∠Cのとき、AB = AC となることを次のように証明した。ア ～カをうめて証明を完成させなさい。



∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とする。

△ABD と△ア において

仮定より∠B =∠イ…①、∠BAD =∠ウ…②、またエは共通…③

三角形の内角の和はオ°　だから

①、②より∠ADB = ∠ADC…④

②、③、④より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△ABD≡△ACD

したがってAB =カ

ア	イ	ウ
エ	オ	カ

解 2

解 2

(1)

① 自然数a、bで、$a+b$が偶数ならばaとbも偶数である。

正しくない

② $\triangle ABC$ で$\angle B+\angle C=90^\circ$ ならば$\angle A=90^\circ$ である。

正しい

③ $ab>0$ ならば$a>0$、$b>0$ である。

正しくない

(2)

$\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とする。

$\triangle ABD$ と$\triangle ACD$ において

仮定より$\angle B=\angle C$…①、$\angle BAD=\angle CAD$…②、また AD は共通…③

三角形の内角の和は 180° だから

①、②より$\angle ADB=\angle ADC$…④

②、③、④より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

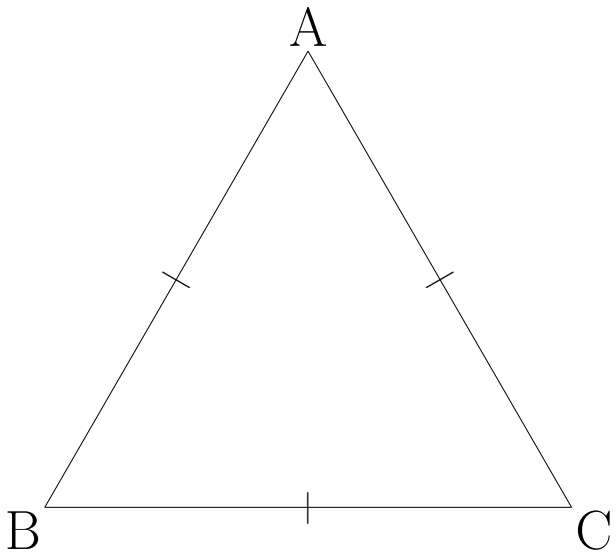
$\triangle ABD\equiv\triangle ACD$

したがって$AB=AC$

ア　ACD	イ　C	ウ　CAD
エ　AD	オ　180	カ　AC

例題 3~4（1）

例題 3



△ABC においてAB = BC = CAのとき、∠A = ∠B = ∠Cであることを次のように証明した。ア～ウをうめて証明を完成させなさい。

△ABC はAB = ACの二等辺三角形とみなせるから∠B = ∠ア…①

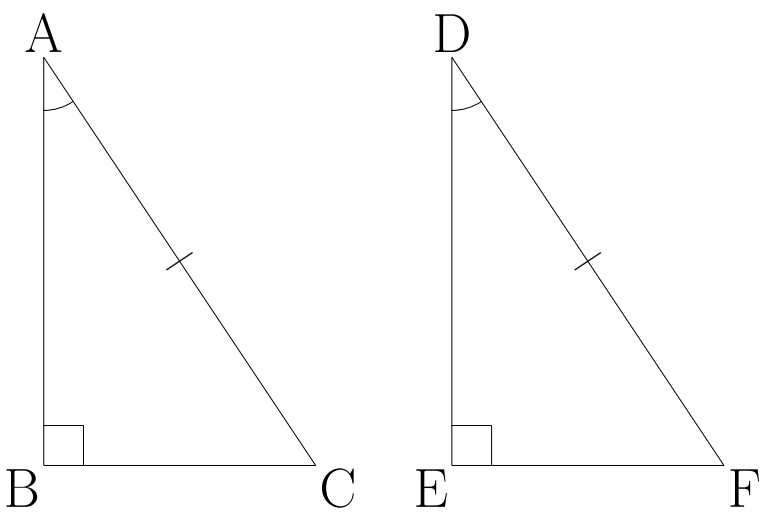
また、BA = BCの二等辺三角形とみなせるから∠イ=∠ウ…②

①、②より∠A = ∠B = ∠C

ア　　イ　　ウ

例題 4

(1)　△ ABC　と △ DEF　で AC = DF 、∠A = ∠D、∠B = ∠E = 90°　のとき、△ABC≡△DEF となることを次のように証明した。　ア～ウをうめて証明を完成させなさい。



△ア と△DEF において

仮定より

AC = DF…①、∠A = ∠D…②、∠B = ∠E…③

三角形の内角の和は 180°　だから②、③より∠イ=∠ウ…④

①、②、④より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△DEF

ア　　イ　　ウ

解 3~4（1）

解 3

△ABC はAB ＝ ACの二等辺三角形とみなせるから∠B ＝ ∠C…①

また、BA ＝ BCの二等辺三角形とみなせるから∠A ＝ ∠C…②

①、②より∠A ＝ ∠B ＝ ∠C

ア　C　　イ　A　　ウ　C

解 4

（1）

△ABC と△DEF において

仮定より

AC ＝ DF…①、∠A ＝ ∠D…②、∠B ＝ ∠E…③

三角形の内角の和は 180° だから②、③より∠C ＝ ∠F…④

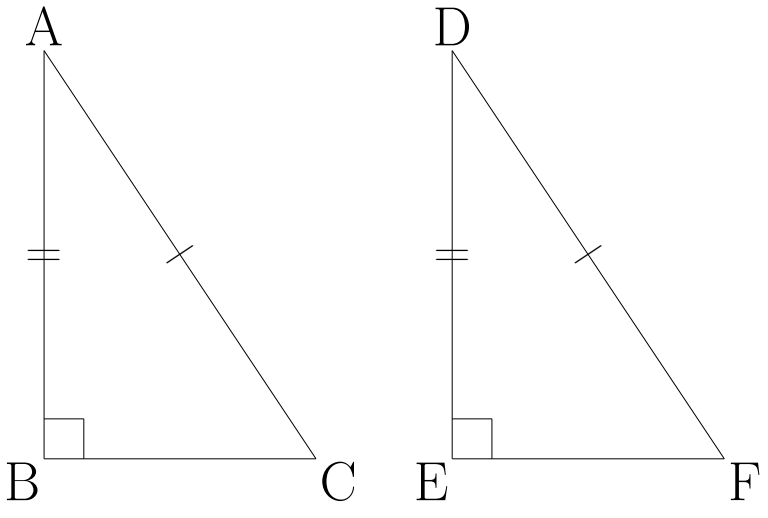
①、②、④より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△DEF

ア　ABC　　イ　C　　ウ　F

例題４（2）

(2)　△ABC と△DEF で AC＝DF、AB＝DE、∠B＝∠E＝90°のとき、△ABC≡△DEF となることを次のように証明した。 ア ～ オ をうめて証明を完成させなさい。



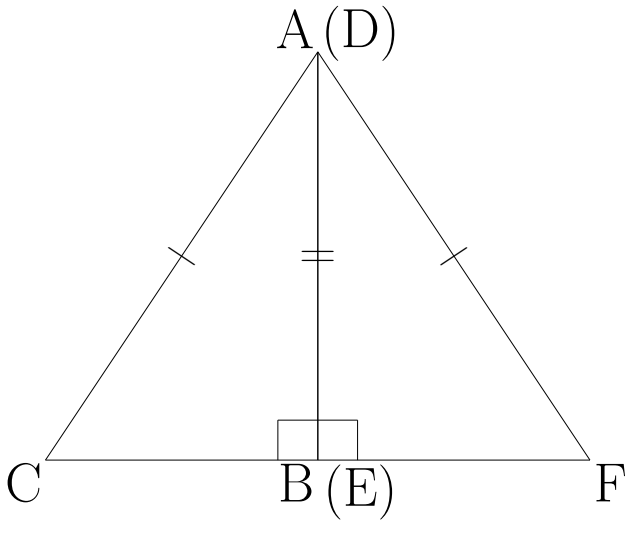
△ABC と△DEF において

仮定より ア ＝ DF…①、AB ＝ イ …②、∠B＝∠E＝90°　…③

AB を DE に重ね合わせるように

△ABC を裏返すと、③より CB と FE は一直線になり、右の図のような

△ACF ができる。



△ACF は①より二等辺三角形だから

∠C ＝∠ ウ …④

三角形の内角の和は 180°　だから

③、④より∠BAC ＝∠ エ …⑤

②、③、⑤より オ から

△ABC≡△DEF

ア	イ	ウ
エ	オ	

解４（２）

解４（２）

△ABC と△DEF において

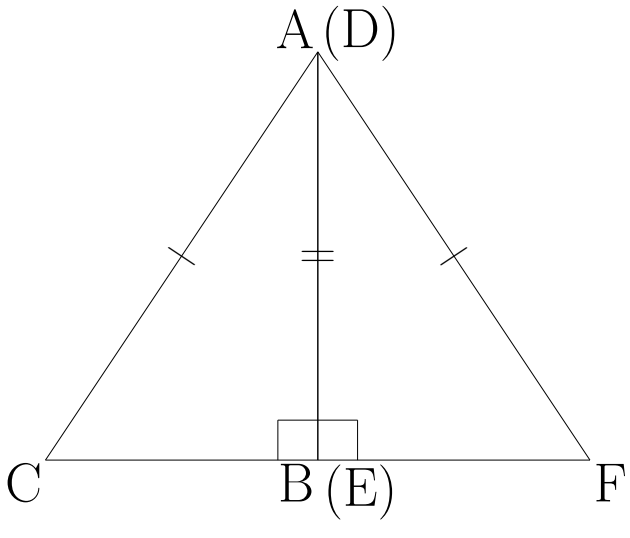
仮定より AC ＝ DF…①、AB ＝ DE…②、∠B ＝ ∠E ＝ 90°　…③

AB を DE に重ね合わせるように

△ABC を裏返すと、③より CB と FE

は一直線になり、右の図のような

△ACF ができる。



△ACF は①より二等辺三角形だから

∠C ＝ ∠F…④

三角形の内角の和は 180°　だから

③、④より ∠BAC ＝ ∠EDF…⑤

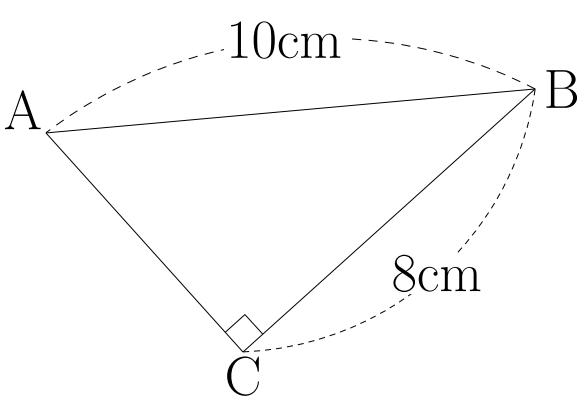
②、③、⑤より １辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

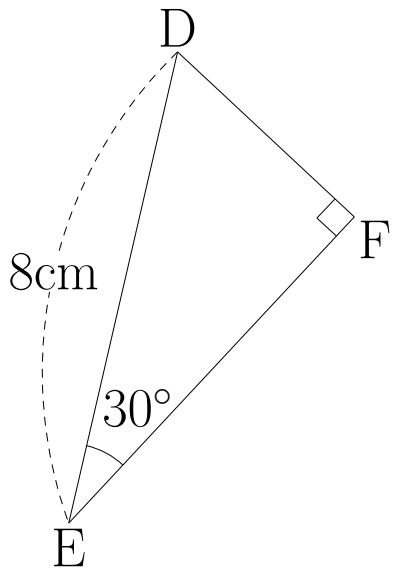
△ABC≡△DEF

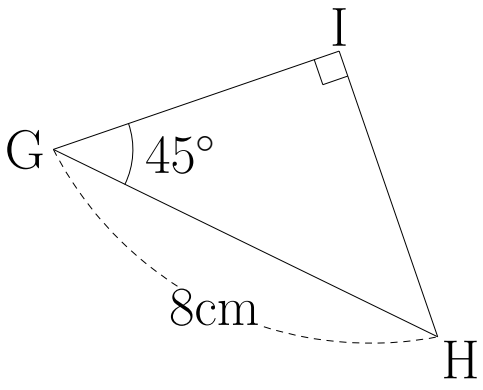
ア	AC	イ	DE	ウ	F
エ	EDF	オ	１辺とその両端の角がそれぞれ等しい		

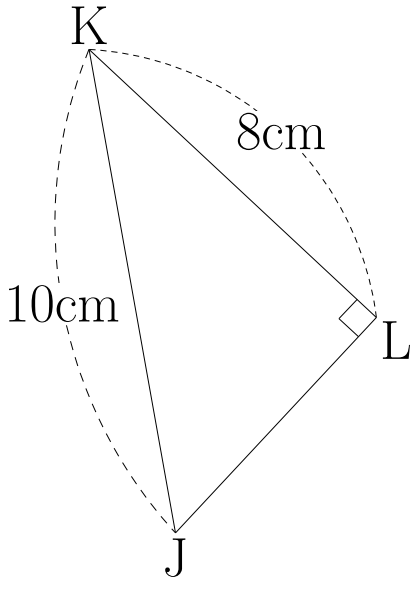
例題４（3）～（4）

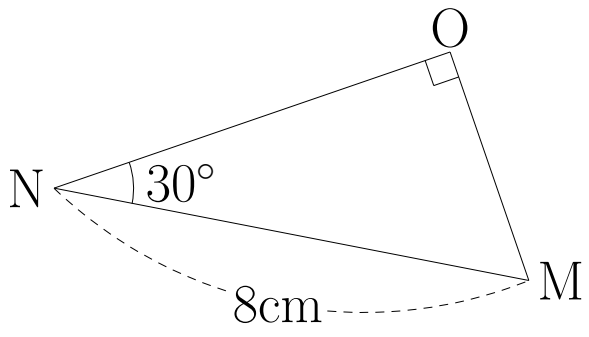
(3)　次の図で合同な三角形はどれとどれか。また、そのとき使った直角三角形の合同条件も答えなさい。







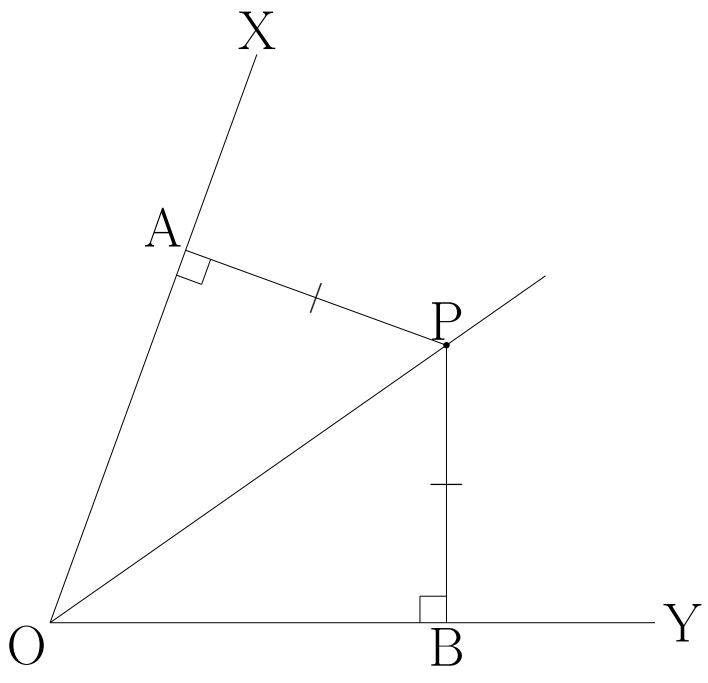




合同条件

合同条件

(4)　∠XOY の内部の点 P から OX、OY に引いた垂線 PA、PB の長さが等しいとき、OP は∠XOY を二等分することを証明しなさい。



解 4（3）～（4）

解 4（3）

△ABC≡△JKL	合同条件	斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい
△DEF≡△MNO	合同条件	斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい

（4）

△APO と△BPO において

仮定より

∠PAO ＝ ∠PBO ＝ 90°　…①、PA ＝ PB…②

PO は共通…③

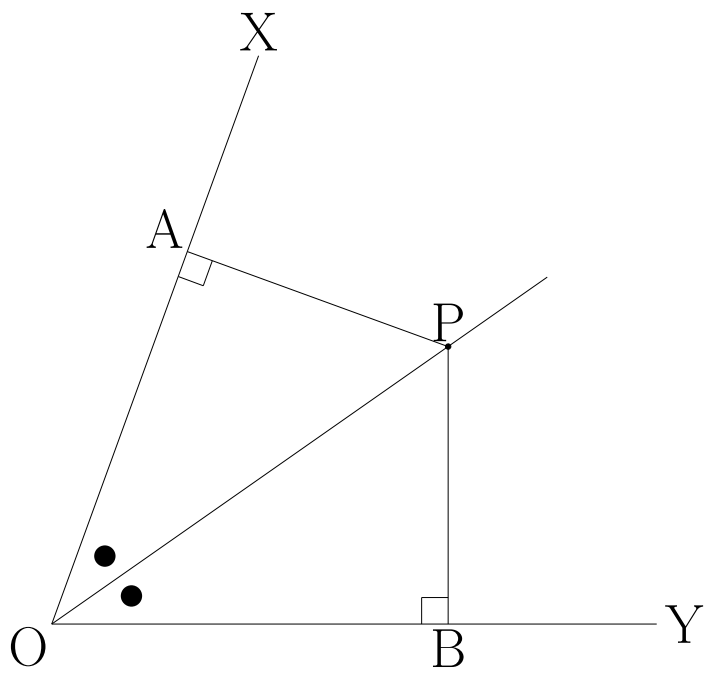
①、②、③より直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから

△APO≡△BPO

したがって∠POA ＝ ∠POBだから OP は∠XOY を二等分する。

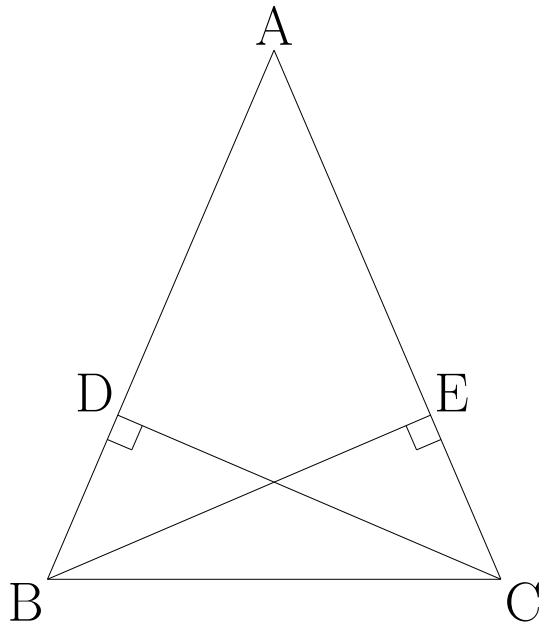
例題 4（5）~5（1）

（5）　∠XOY の二等分線上の点 P から OX、OY に垂線をひき、その交点をそれぞれ A、B とする。このとき PA ＝ PB となることを証明しなさい。



例題 5

（1）　下の図の△ABC において AB ＝ AC、∠BEC ＝ ∠CDB ＝ 90° のとき BE ＝ CD となることを証明しなさい。



解 4（5）~5（1）

解 4（5）

△APO と△BPO において

仮定より

∠PAO = ∠PBO = 90°　…①、∠POA = POB…②

PO は共通…③

①、②、③より直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

△APO≡△BPO

したがってPA = PB

解 5

（1）

△BCD と△CBE において

仮定よりAB = AC…①、∠CDB = ∠BEC = 90°　…②

共通だからBC = CB…③

①より∠ABC = ∠ACB…④

②、③、④より

直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

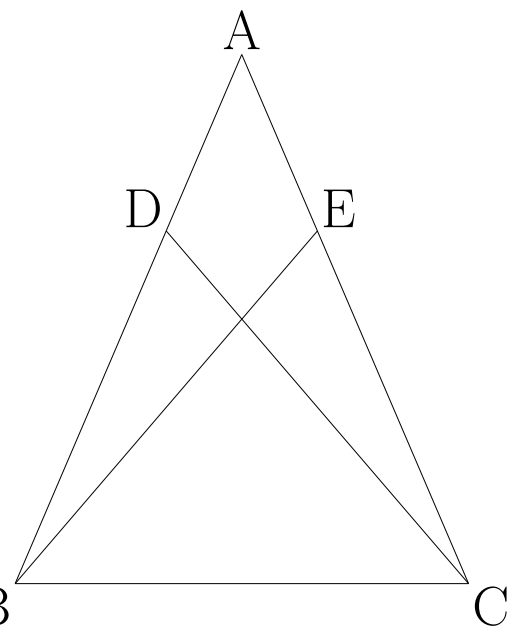
△BCD≡△CBE

したがってBE = CD

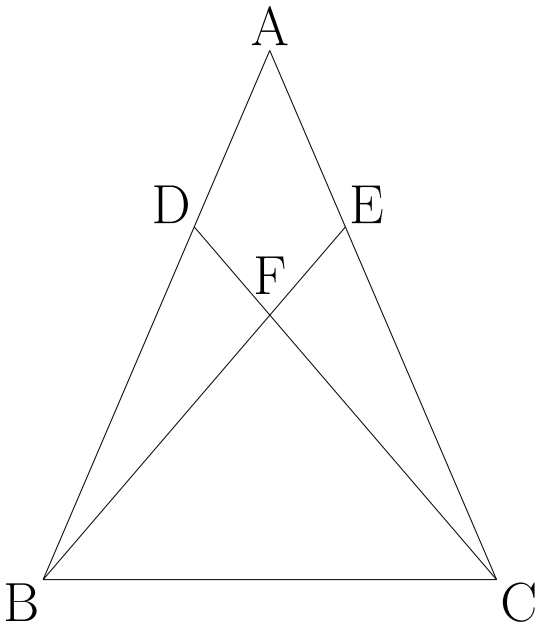
例題５（２）

（2）　下の図の△ABCにおいてAB＝AC、DB＝ECであるとき

㋐　BE＝CDとなることを証明しなさい。



㋑　BEとCDの交点をFとするとき、△FBCはどんな三角形になるか。その理由を答えなさい。



解 5（2）

解 5（2）

㋐

△BCD と△CBE において

仮定より AB = AC…①、DB = EC…②、

共通だから BC = CB…③

①より ∠ABC = ∠ACB…④

②、③、④より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△BCD≡△CBE

したがって BE = CD

㋑

㋐の証明より△BCD≡△CBEだから

∠DCB = ∠EBC

2 つの角が等しいので△FBC は二等辺三角形である。

例題 6（1）～（2）

例題 6

（1）　□ABCD においてAB = DC、AD = BCであることを次のように証明した。ア～オをうめて証明を完成させなさい。

対角線 AC をひく。

△アと△イにおいて、仮定より

AB//DC だから∠BAC = ∠ウ…①

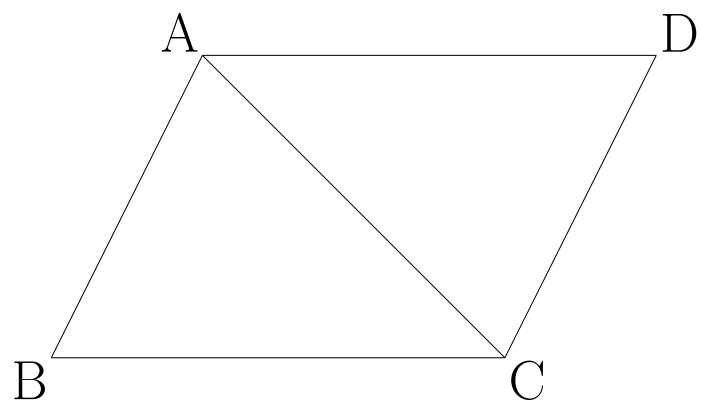
AD//BC だから∠エ= ∠DAC…②

共通だからAC = CA…③

①、②、③よりオから

△ABC≡△CDA

したがってAB = DC、AD = BC

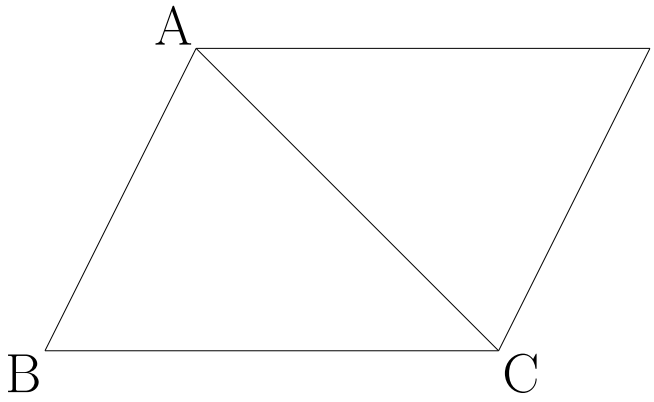


ア	イ	ウ
エ	オ	

（2）□ABCD において∠A = ∠C、∠B = ∠D

であることを次のように証明した。ア～オ

をうめて証明を完成させなさい。



（1）の結果より△ABC≡△アだから

∠B = ∠D、∠BAC = ∠DCA…①、∠ACB = ∠CAD…②、

①、②より

∠BAC + ∠CAD =∠イ+∠ウだから∠A = ∠C

したがって∠A = ∠C、∠B = ∠D

ア	イ	ウ

解 6（1）～（2）

解 6

（1）

対角線 AC をひく。

△ABC と△CDA において、仮定より

AB//DC だから∠BAC ＝ ∠DCA…①

AD//BC だから∠BCA ＝ ∠DAC…②

共通だからAC ＝ CA…③

①、②、③より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△CDA

したがってAB ＝ DC、AD ＝ BC

ア　ABC	イ　CDA	ウ　DCA
エ　BCA	オ　1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい	

（2）

（1）の結果より△ABC≡△CDA だから

∠B ＝ ∠D、∠BAC ＝ ∠DCA…①、∠ACB ＝ ∠CAD…②、

①、②より

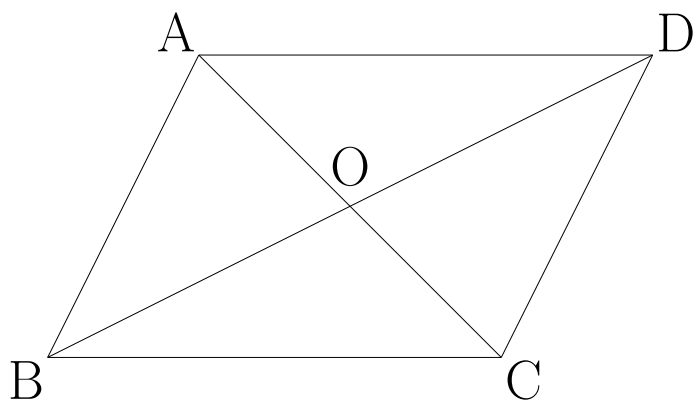
∠BAC ＋ ∠CAD ＝ ∠DCA ＋ ∠ACBだから∠A ＝ ∠C

したがって∠A ＝ ∠C、∠B ＝ ∠D

ア　CDA	イ　DCA	ウ　ACB

例題 6~7（1）

（3）□ABCD において、対角線の交点をOとするとAO = CO、BO = DOとなることを次のように証明した。ア～オをうめて証明を完成させなさい。



△AOB と△COD において

（1）の結果より△ABC≡△CDA だからア=イ…①

AB//DC だから∠BAO =∠ウ…②、∠エ= ∠CDO…③

①、②、③よりオから

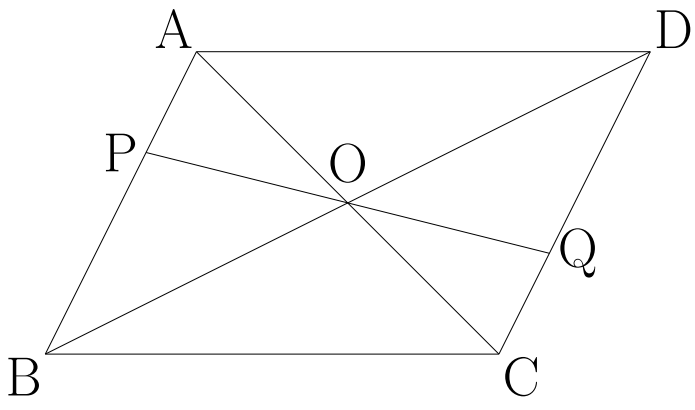
△AOB≡△COD

したがってAO = CO、BO = DO

ア	イ	ウ
エ	オ	

例題 7

（1）　□ABCD の対角線の交点 O を通る直線と辺 AB と辺 CD との交点を P、Q とする。このときPO = QOとなることを証明しなさい。



解 6~7（1）

解 6（3）

△AOB と△COD において

（1）の結果より△ABC≡△CDA だからAB = CD…①

AB//DC だから∠BAO = ∠DCO…②、∠ABO = ∠CDO…③

①、②、③より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△AOB≡△COD

したがってAO = CO、BO = DO

ア　AB	イ　CD	ウ　DCO
エ　ABO	オ　1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい	

解 7

（1）

△AOP と△COQ において

AB//DC だから∠OAP = ∠OCQ…①

対頂角は等しいから∠AOP = ∠COQ…②

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるからAO = CO…③

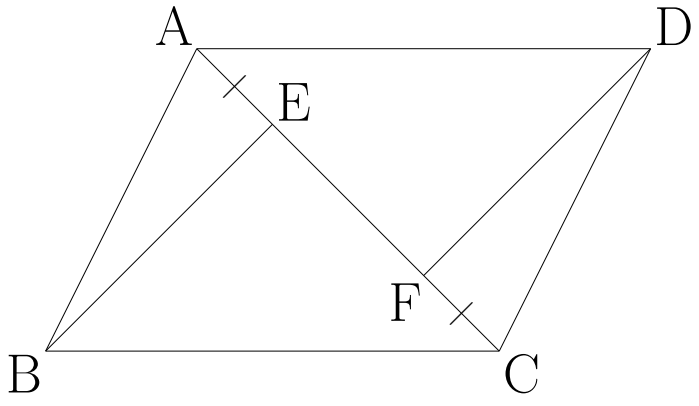
①、②、③より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△AOP≡△COQ

したがってPO = QO

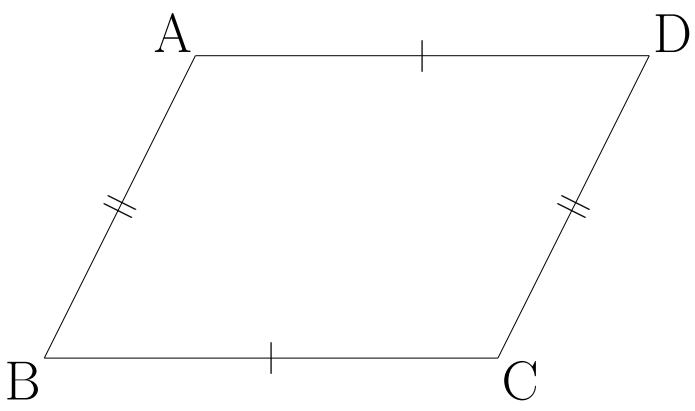
例題 7（2）~8（1）

（2）　□ABCD の対角線 AC 上にAE = CFとなるように点 E、F をとると、BE = DFとなることを証明しなさい。



例題 8

（1）　四角形 ABCD でAB = DC、AD = BCならば、AB//DC、AD//BC であることを証明しなさい。



例題 7（2）~8（1）

解 7（2）

△ABE と△CDF において

仮定より

AE ＝ CF…①

AB//DC だから∠BAE ＝ ∠DCF…②

平行四辺形の対辺は等しいからAB ＝ CD…③

①、②、③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABE≡△CDF

したがってBE ＝ DF

解 8

（1）

対角線 AC をひく。

△ABC と△CDA において

仮定よりAB ＝ CD…①　BC ＝ DA…②

共通だからAC ＝ CA…③

①、②、③より

3 辺がそれぞれ等しいから△ABC≡△CDA

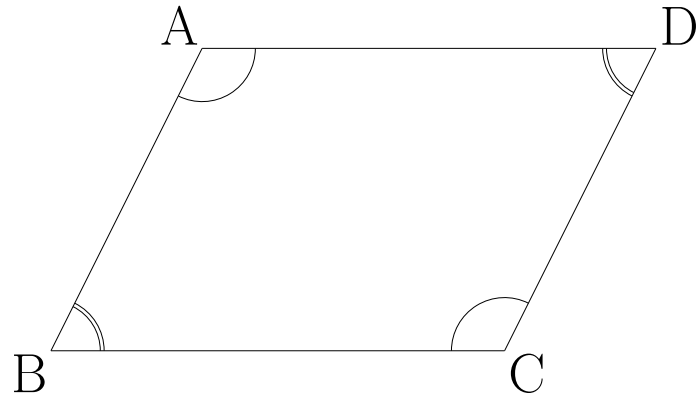
したがって

∠CAD ＝ ∠ACBだから AD//BC

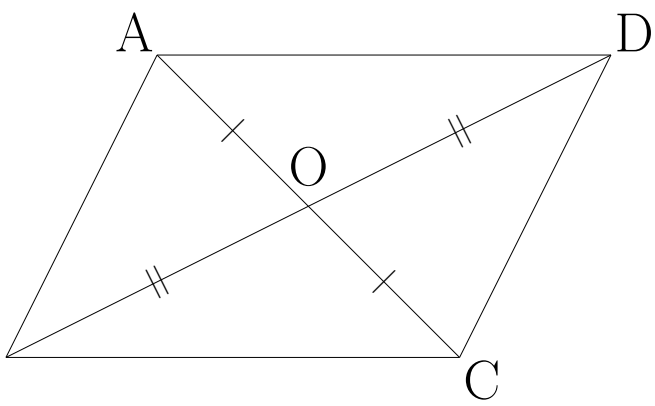
∠ACD ＝ ∠CABだから AB//DC

例題８（2）～（3）

（2）　四角形 ABCD で∠A＝∠C、∠B＝∠Dならば、AB//DC、AD//BC であることを証明しなさい。



（3）　四角形 ABCD の対角線の交点を O とするとき、AO＝CO、BO＝DOならば、AB//DC、AD//BC であることを証明しなさい。



解８（2）～（3）

解８（2）

BA の延長上に点 E をとる。

仮定より∠A ＝ ∠C…①、∠B ＝ ∠D…②

四角形 ABCD の内角の和は 360°だから

∠A ＋ ∠B ＋ ∠C ＋ ∠D ＝ 360°…③

①、②、③より∠A ＋ ∠B ＝ 180°…④

また∠A ＋ ∠DAE ＝ 180°…⑤

④、⑤より∠B ＝ ∠DAEだから AD//BC

同様にして AB//DC

（3）

△AOB と△COD において

仮定より

AO ＝ CO…①、BO ＝ DO…②

対頂角は等しいから∠AOB ＝ ∠COD…③

①、②、③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

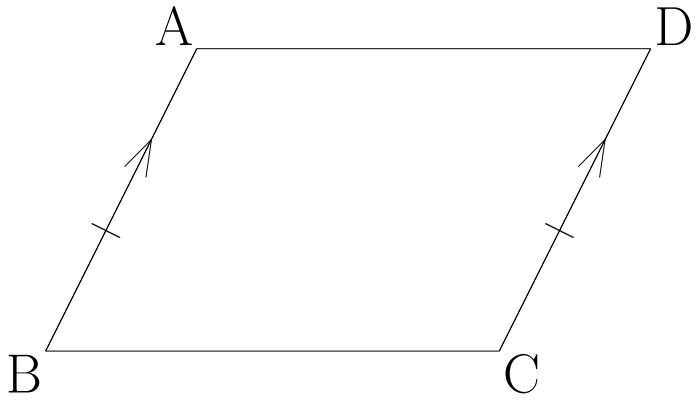
△AOB≡△COD

したがって∠OAB ＝ ∠OCDより AB//DC

同様にして AD//BC

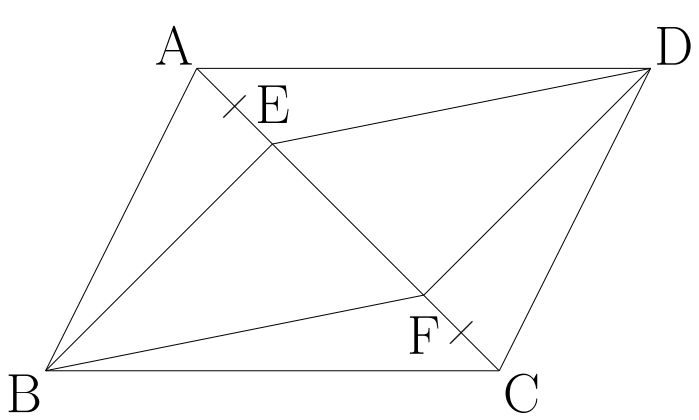
例題８（4）～9

(4)　四角形 ABCD でAB = DC、AB//DC ならば、AD//BC であることを証明しなさい。



例題 9

□ABCD の対角線 AC 上にAE = CFとなるように点 E、F をとるとき、四角形 EBFD は平行四辺形となることを証明しなさい。



解 8（4）~9

解 8（4）

対角線 AC をひく。

△ABC と△CDA において

仮定より AB = CD…①、AB//CD…②

②より ∠CAB = ∠ACD…③

共通だから AC = CA…④

①、③、④より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△CDA

したがって∠ACB = ∠CADだから AD//BC

解 9

□ABCD の対角線の交点を O とする。

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

AO = CO…①、BO = DO…②

仮定より AE = CF…③

①、③より

EO = FO…④

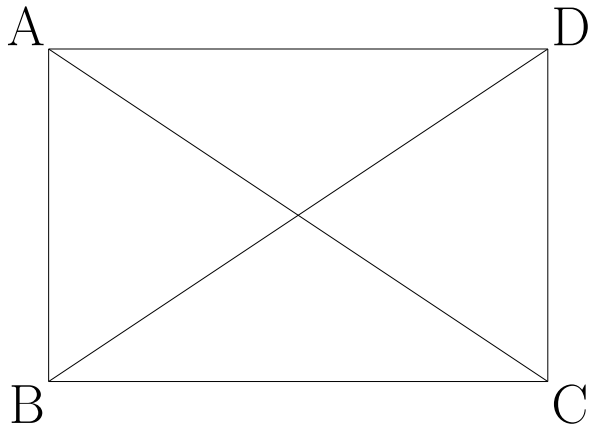
②、④より 2 つの対角線がそれぞれの中点で交わるから

四角形 EBFD は平行四辺形である。

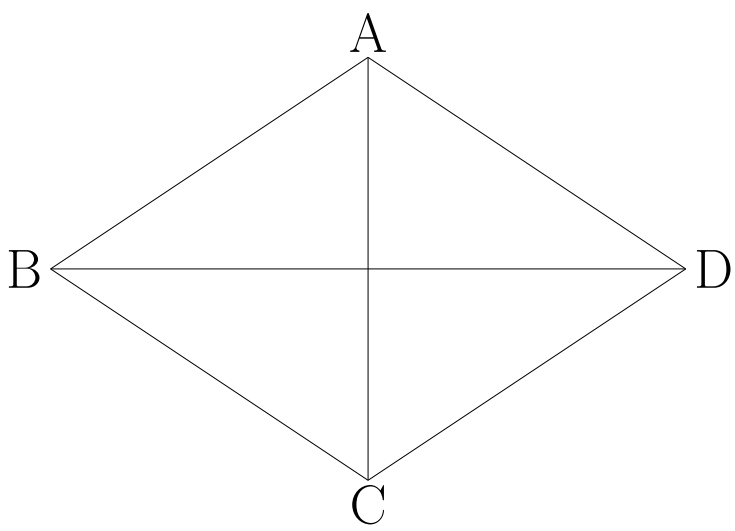
例題 10

例題 10

(1)　長方形の 2 本の対角線の長さは等しいことを証明しなさい。



(2)　ひし形の 2 本の対角線は垂直に交わることを証明しなさい。



解 10

解 10

（1）

対角線 AC、BD をひく。

△ABC と△BAD において

長方形は平行四辺形だからBC ＝ AD…①

共通だからAB ＝ BA…②

長方形だから∠ABC ＝ ∠BAD ＝ 90°…③

①、②、③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△BAD

したがってAC ＝ BD

（2）

対角線 AC、BD をひき、交点を O とする。

△ABO と△ADO において

ひし形は平行四辺形だからOB ＝ OD…①

AO は共通…②

ひし形だからAB ＝ AD…③

①、②、③より 3 辺がそれぞれ等しいから△ABO≡△ADO

よって∠AOB ＝ ∠AOD

ここで∠BOD ＝ ∠AOB ＋ ∠AOD ＝ 180°だから

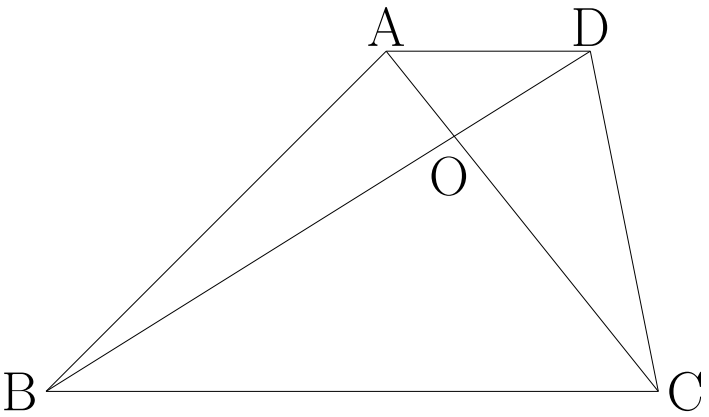
∠AOB ＝ ∠AOD ＝ 90°

したがって 2 本の対角線は垂直に交わる。

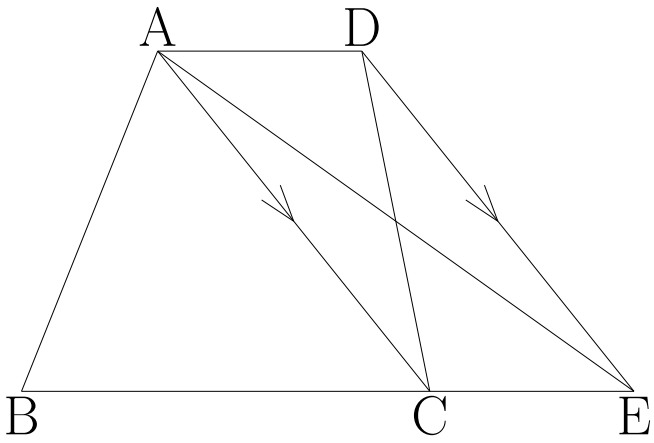
例題 11（1）～（2）

例題 11

（1）　下の図の AD//BC の台形 ABCD の対角線の交点を O とする。このとき△AOB ＝ △DOC となることを証明しなさい。



（2）　下の図のように、四角形 ABCD で辺 BC の延長上に AC//DE となるように点 E をとる。このとき四角形 ABCD と△ABE の面積が等しくなることを証明しなさい。



解 11（1）～（2）

解 11

（1）

△ABD と△DCA において

仮定より AD//BC

底辺 AD は共通だから△ABD ＝△DCA…①

ここで

△AOB ＝△ABD－△AOD…②

△DOC ＝△DCA－△AOD…③

よって①、②、③より△AOB ＝ △DOC

（2）

△ACD と△ACE において

仮定より AC//DE

底辺 AC は共通だから△ACD ＝△ACE…①

ここで

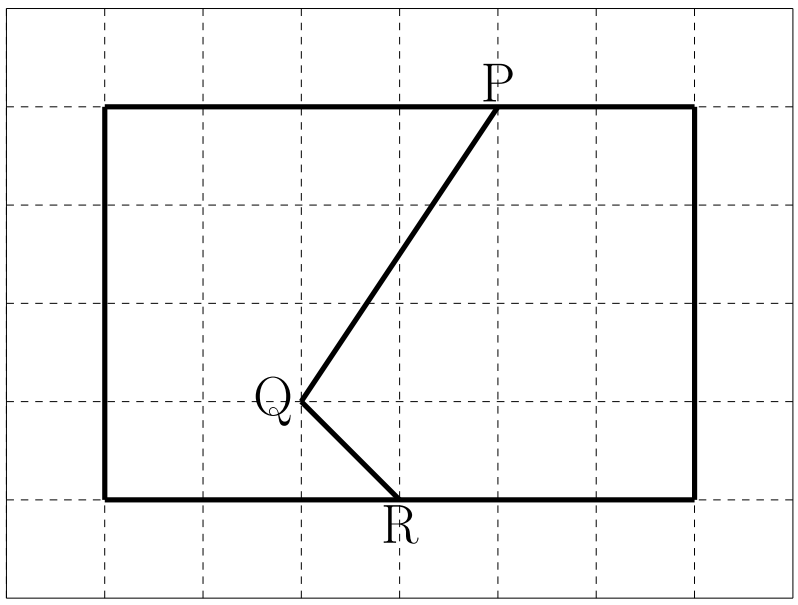
四角形 ABCD ＝△ABC+△ACD…②

△ABE ＝△ABC+△ACE…③

よって①、②、③より四角形ABCD ＝△ABE

例題 11（3）~12（1）

(3)　下の図のように長方形が折れ線 PQR で 2 つの部分に分かれている。点 P を通り、それぞれの部分の面積を変えないような直線 PS をひきなさい。

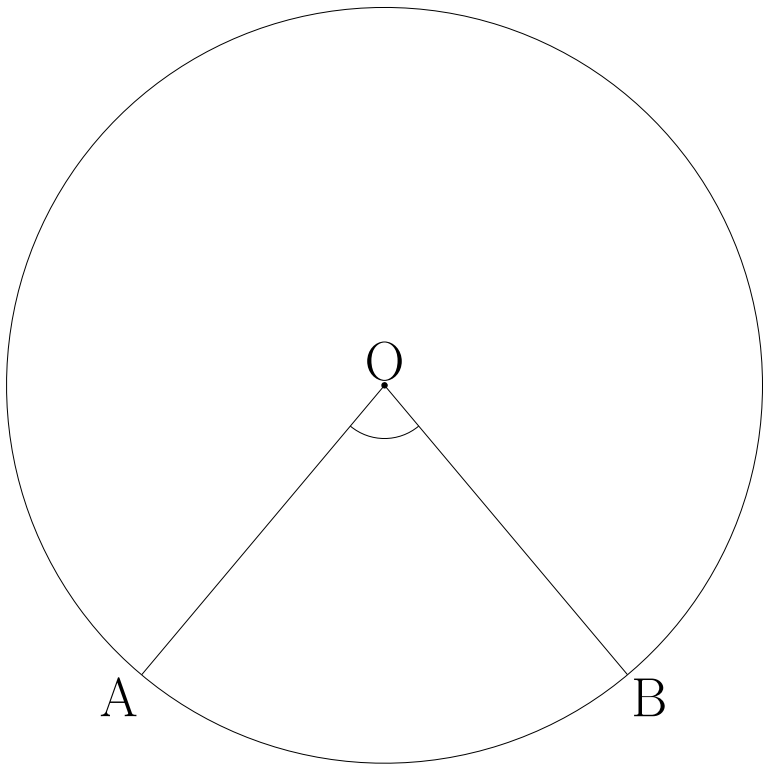


例題 12

(1)　右の図の円 O について、次の問いに答えなさい。

① 中心角∠AOB の大きさを分度器を使って求めなさい。

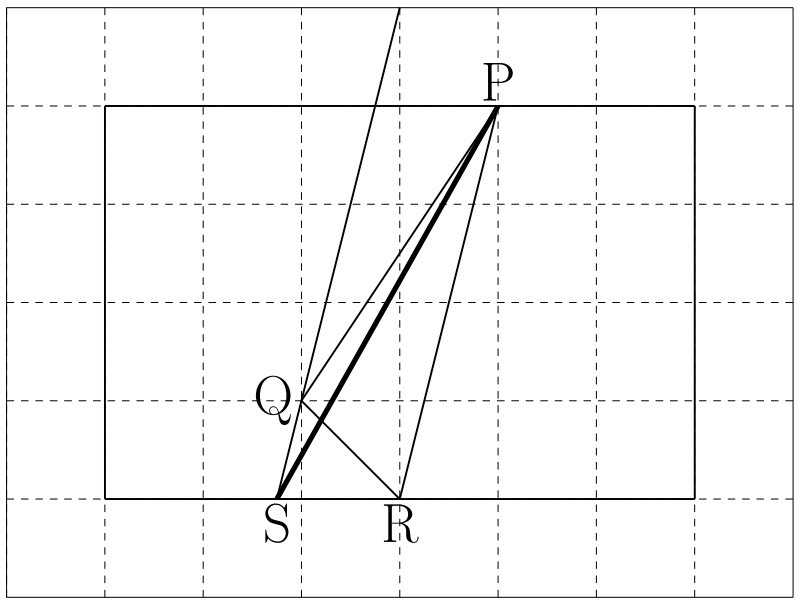
② $\overset{\frown}{AB}$ を除いた円周上に異なる点 P をいくつかとり、∠APB の大きさを分度器を使って求めなさい。



③ ①と②の結果から予想できることを書きなさい。

解 11（3）~12（1）

(3)



解 12

（1）

① 80°

② ∠APB = 40°

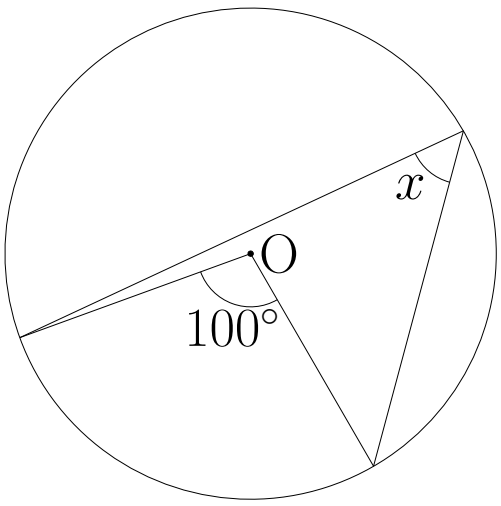
③ ∠AOB の大きさは∠APB の 2 倍になる。

（∠APB の大きさは∠AOB の半分になる。）

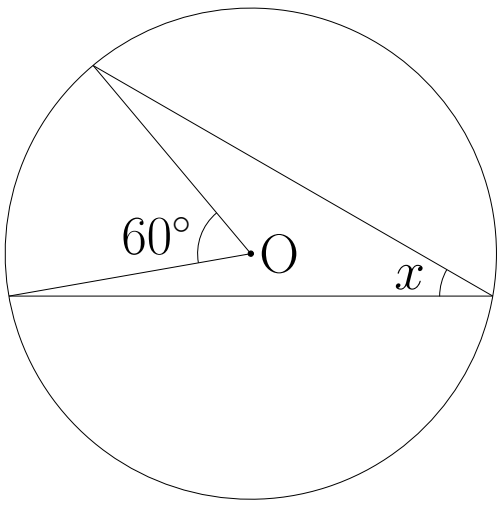
例題 12（2）

（2）　次の図で∠xの大きさを求めなさい。

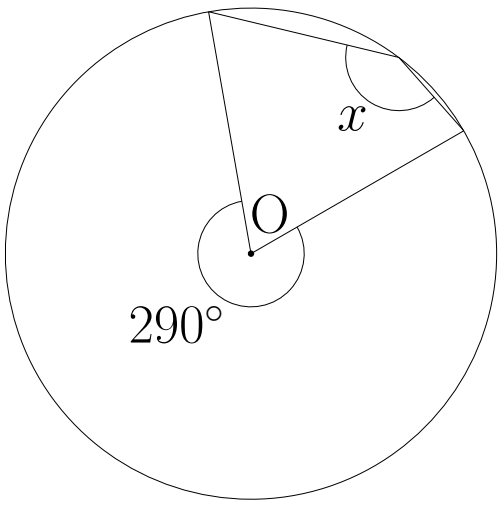
①



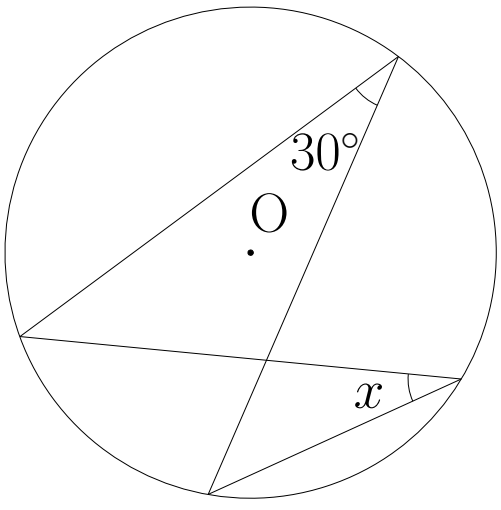
②



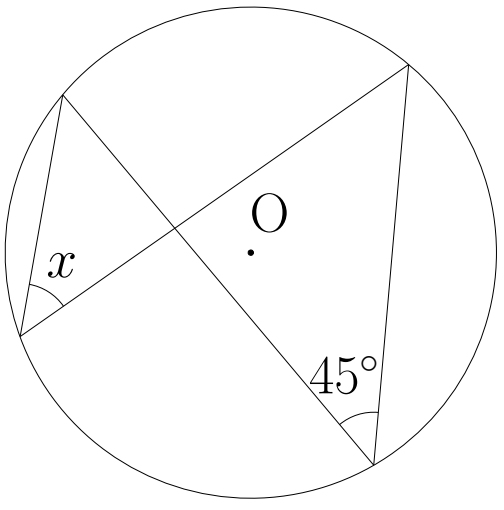
③



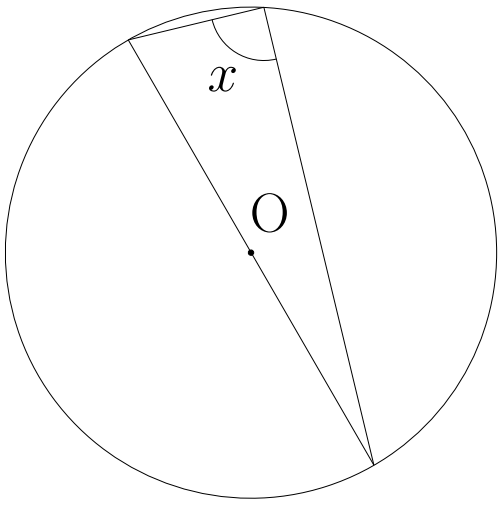
④



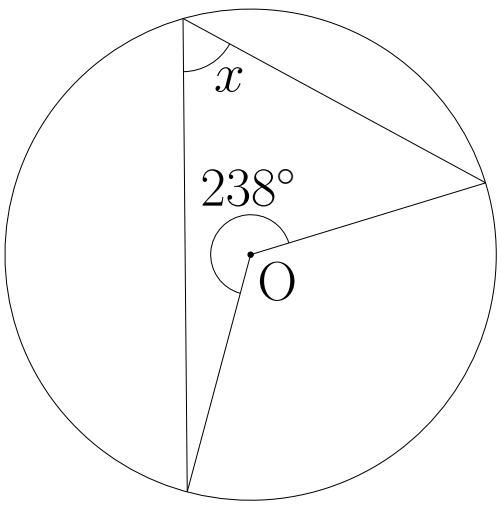
⑤



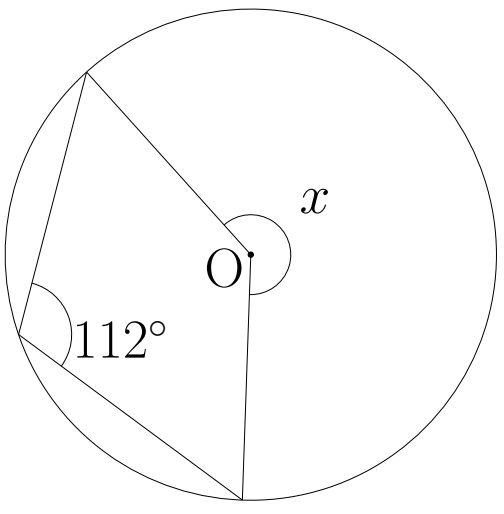
⑥



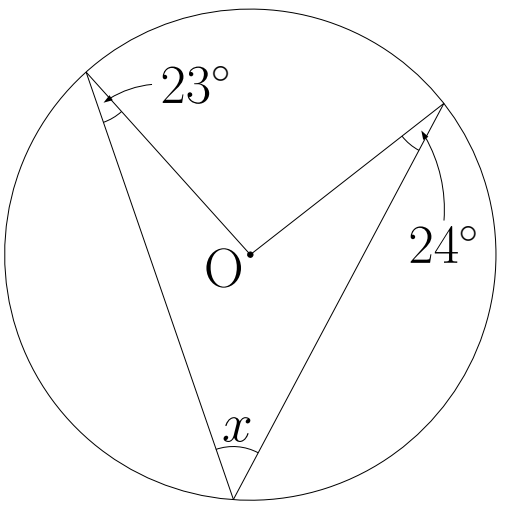
⑦



⑧



⑨



解 12（2）

(2)

① $\angle x = 50^\circ$　　② $\angle x = 30^\circ$　　③ $\angle x = 145^\circ$

④ $\angle x = 30^\circ$　　⑤ $\angle x = 45^\circ$　　⑥ $\angle x = 90^\circ$

⑦ $\angle x = 61^\circ$　　⑧ $\angle x = 224^\circ$　　⑨ $\angle x = 47^\circ$