

## 中学数学 2 乗に比例する関数の内容

- 関数  $y = ax^2$
- $y = ax^2$  のグラフ
- $y = ax^2$  の値の変化
- $y = ax^2$  の変化の割合
- $x$  と  $y$  変域
- $y = ax + b$  と  $y = ax^2$  のグラフの特徴
- $y = ax^2$  の利用（制動距離、圧力、動点など）

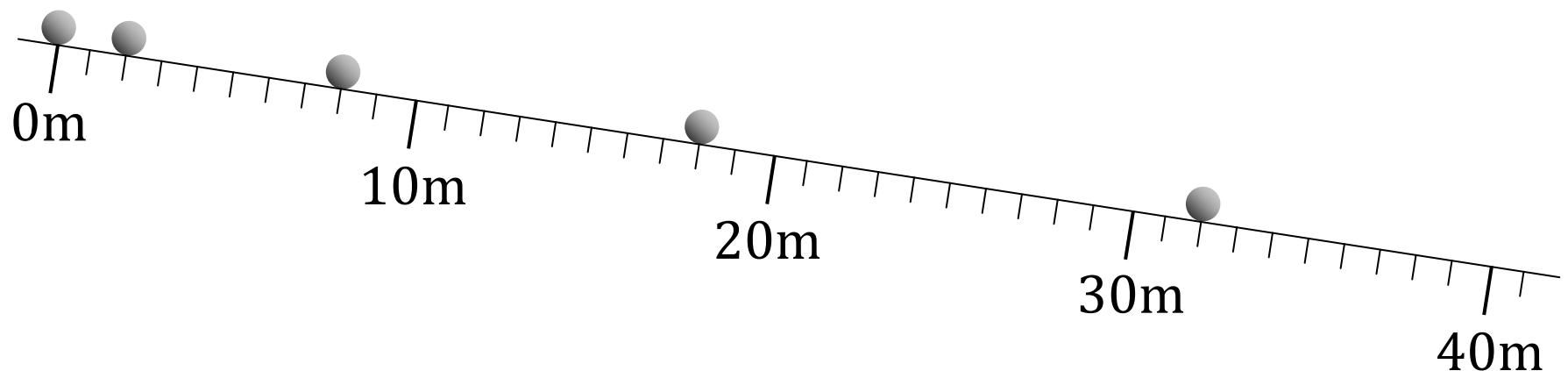
\* 「ページ表示」を「見開き」でご覧いただきますと、問題とその答えが見やすくなります。

\* このテキストは家庭学習の補助教材としてのみご利用いただけます。その他（問題の改変、商用など）の利用はご遠慮くださいますようお願いいたします。

# 例題 1

## 例題 1

斜面でボールを転がしたところ、1秒ごとの位置は下の図のようになった。このとき次の問いに答えなさい。



- (1) ボールを転がし始めてから $x$ 秒間に転がる距離を $y$ mとするとき、下の表を完成させなさい。

$x$ (秒)	0	1	2	3	4
$y$ (m)	0				

- (2)  $x$ の値が2倍、3倍、4倍になると、対応する $y$ の値はそれぞれ何倍になるか。

- (3)  $x^2$ の値を求め、下の表を完成させなさい。

$x$ (秒)	0	1	2	3	4
$x^2$					
$y$ (m)	0				

- (4)  $y$ と $x^2$ の間にはどんな関係があるか。

- (5)  $y$ を $x$ の式で表しなさい。

# 解 1

## 解 1

(1)

$x$ (秒)	0	1	2	3	4
$y$ (m)	0	2	8	18	32

(2)  $x$ の値が 2 倍、3 倍、4 倍になると、対応する $y$ の値はそれぞれ 4 倍、9 倍、16 倍になる。

(3)

$x$ (秒)	0	1	2	3	4
$x^2$	0	1	4	9	16
$y$ (m)	0	2	8	18	32

(4)  $y$ は $x^2$ の 2 倍になっている。

(5)  $y = 2x^2$

## 例題 2~4

### 例題 2

次の□に当てはまる言葉を書き入れなさい。

$y$ が $x$ の関数で、 $x$ と $y$ の間に

$$y = ax^2$$

の関係が成り立つとき□といい、 $a$ を□という。ただし、 $a$ は0でない定数とする。

### 例題 3

次の(1)、(2)について $y$ を $x$ の式で表しなさい。

- (1) 一辺の長さが $x\text{cm}$ の正方形の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。
- (2) 半径 $x\text{cm}$ の円の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。

### 例題 4

次の関数のうち、 $y$ が $x$ の2乗に比例するものを記号で選びなさい。

(ア)  $y = 2x$

(エ)  $y = \frac{2}{x}$

(イ)  $y = 3x^2$

(オ)  $y = -x^2$

(ウ)  $y = -4x + 3$

## 解 2~4

### 解 2

$y$ が $x$ の関数で、 $x$ と $y$ の間に

$$y = ax^2$$

の関係が成り立つとき $y$ は $x$ の2乗に比例するといい、 $a$ を比例定数という。ただし、 $a$ は0でない定数とする。

### 解 3

(1)  $y = x^2$

(2)  $y = \pi x^2$

### 解 4

(イ)、(オ)

## 例題 5

---

### 例題 5

次の問いに答えなさい。

(1)  $y$ は $x$ の2乗に比例し、 $x = 3$ のとき $y = 18$ であるとき

①  $y$ を $x$ の式で表しなさい。

②  $x = 2$ のときの $y$ の値を求めなさい。

③  $y = 2$ のときの $x$ の値を求めなさい。

(2)  $y$ は $x$ の2乗に比例し、 $x = -4$ のとき $y = -8$ であるとき

①  $y$ を $x$ の式で表しなさい。

②  $x = -3$ のときの $y$ の値を求めなさい。

③  $y = -2$ のときの $x$ の値を求めなさい。

## 解 5

---

解 5

(1)

①  $y = 2x^2$

②  $y = 8$

③  $x = \pm 1$

(2)

①  $y = -\frac{1}{2}x^2$

②  $y = -\frac{9}{2}$

③  $x = \pm 2$





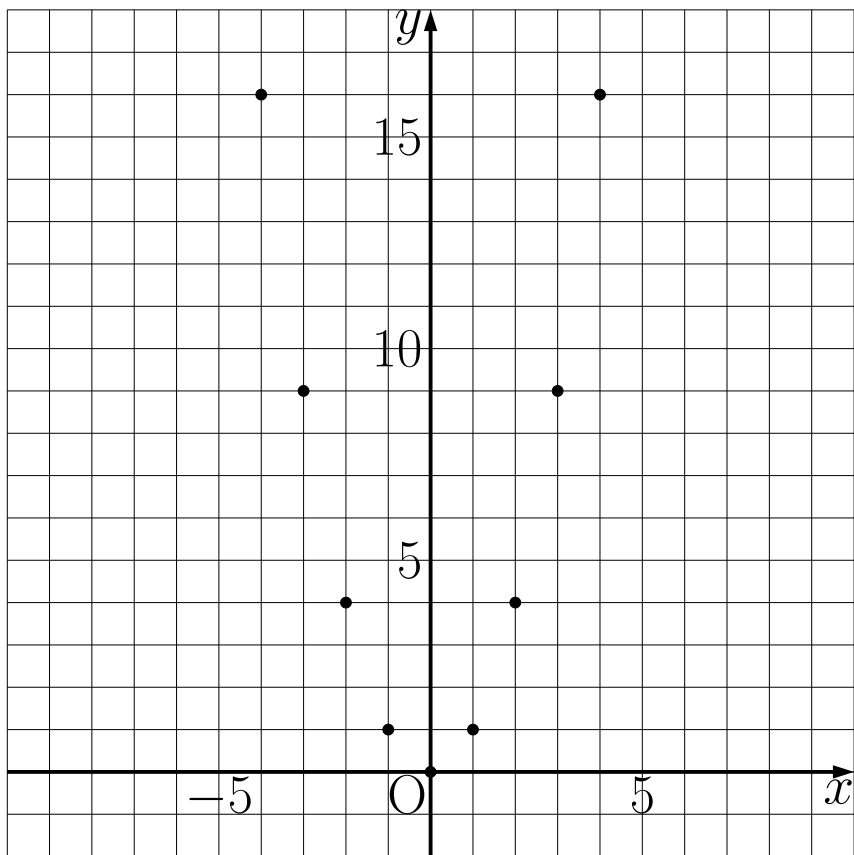
# 解 6

## 解 6

①

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	16	9	4	1	0	1	4	9	16

②



③

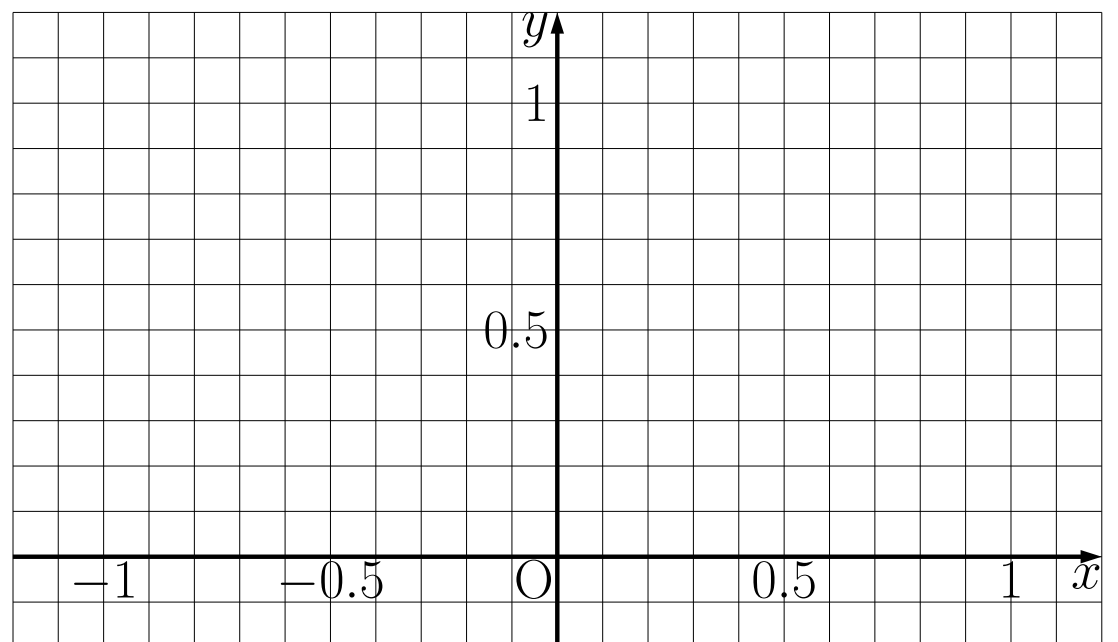
$x$	-1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
$y$	1	0.81	0.64	0.49	0.36	0.25	0.16	0.09	0.04	0.01

0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64	0.81	1

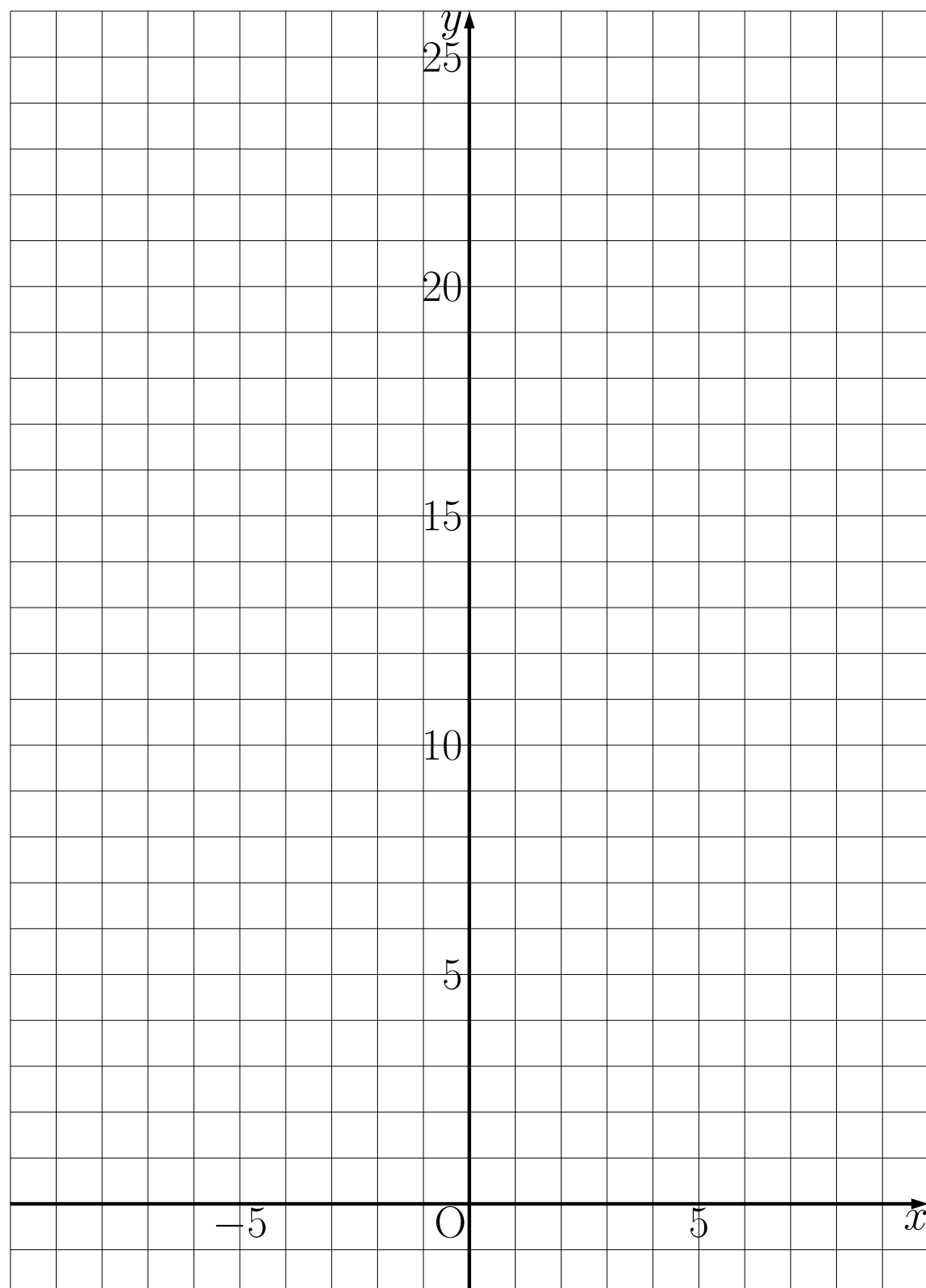
## 例題 6

### 例題 6

- ④ ③の $x$ 、 $y$ の値の組を座標とする点を右の図に書き入れなさい。



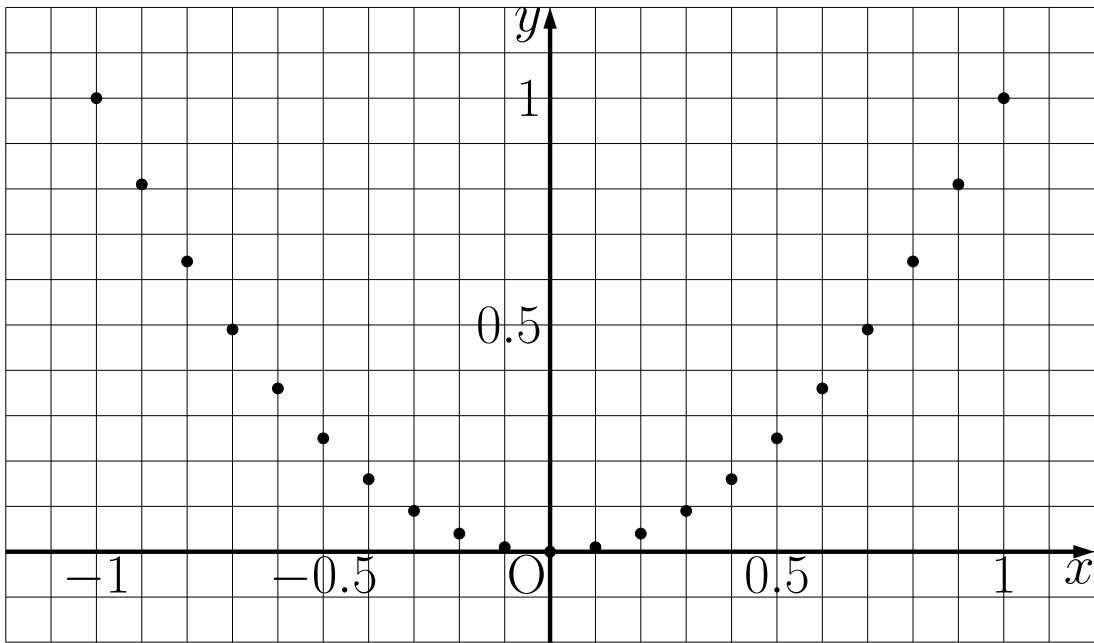
- ⑤ ①～④の結果を利用して $y = x^2$ のグラフを下の図に書きなさい。



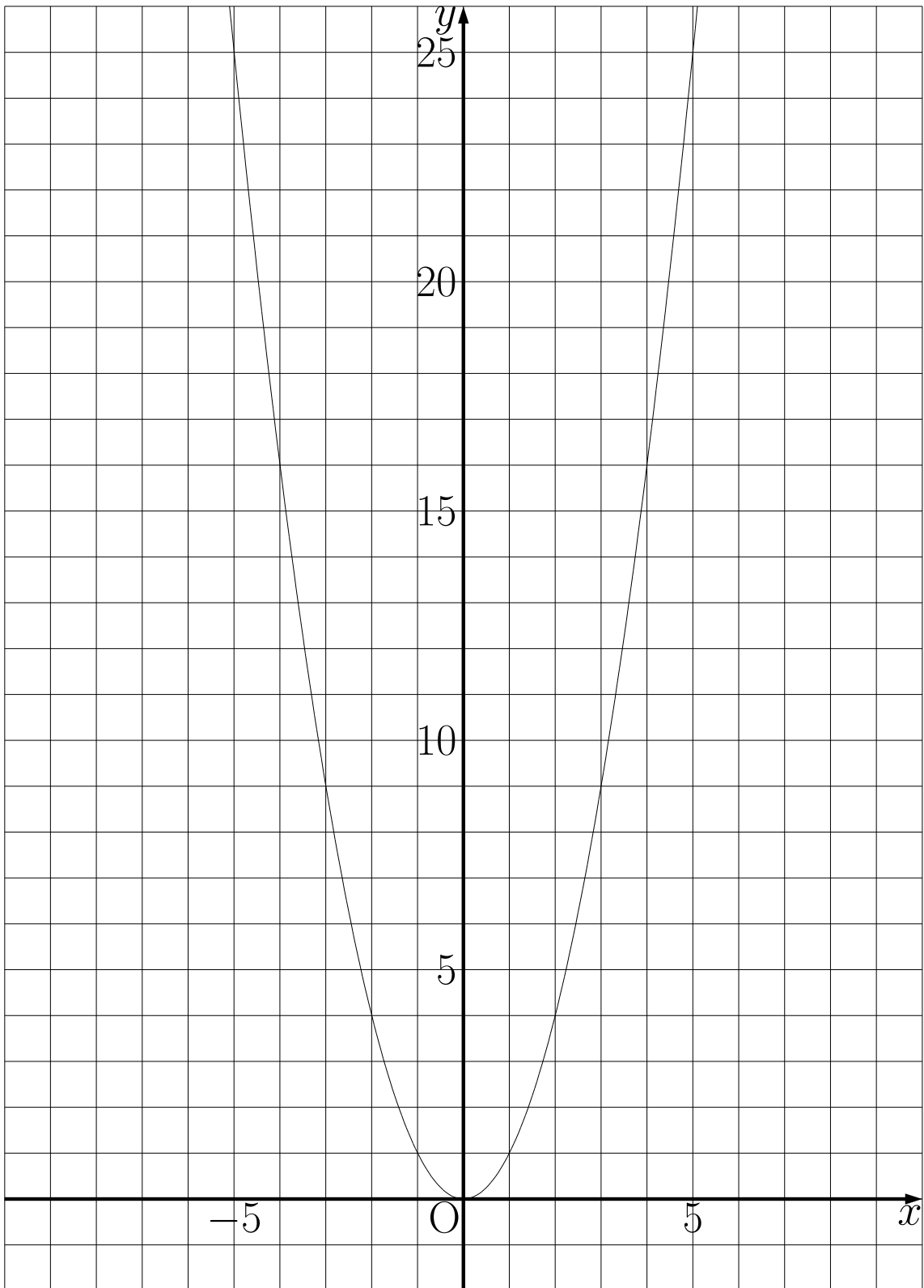
# 解 6

解 6

④



⑤

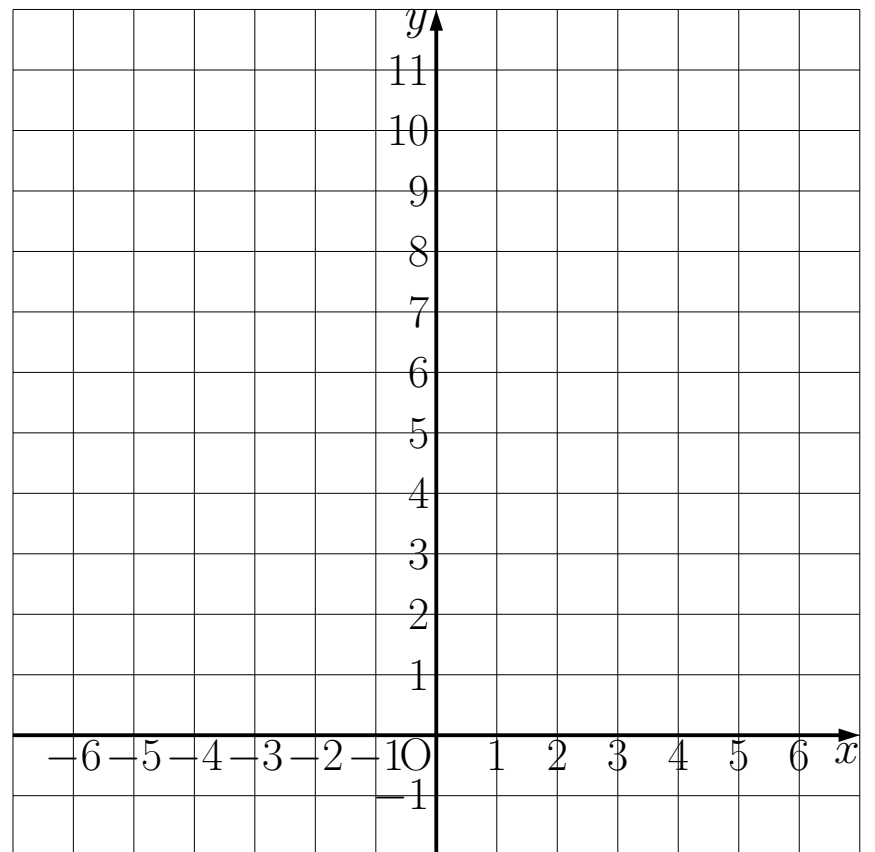


# 例題 7

## 例題 7

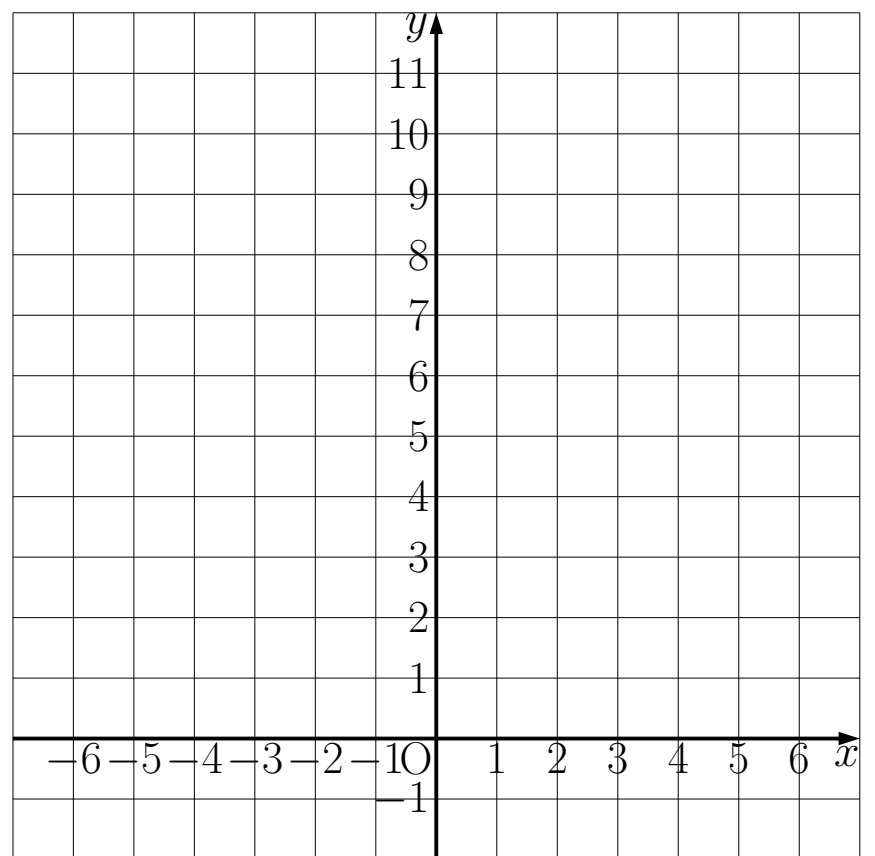
- ①  $y = 2x^2$  について、下の表の空  
らんに当てはまる数を求め、グ  
ラフを書きなさい。

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$							



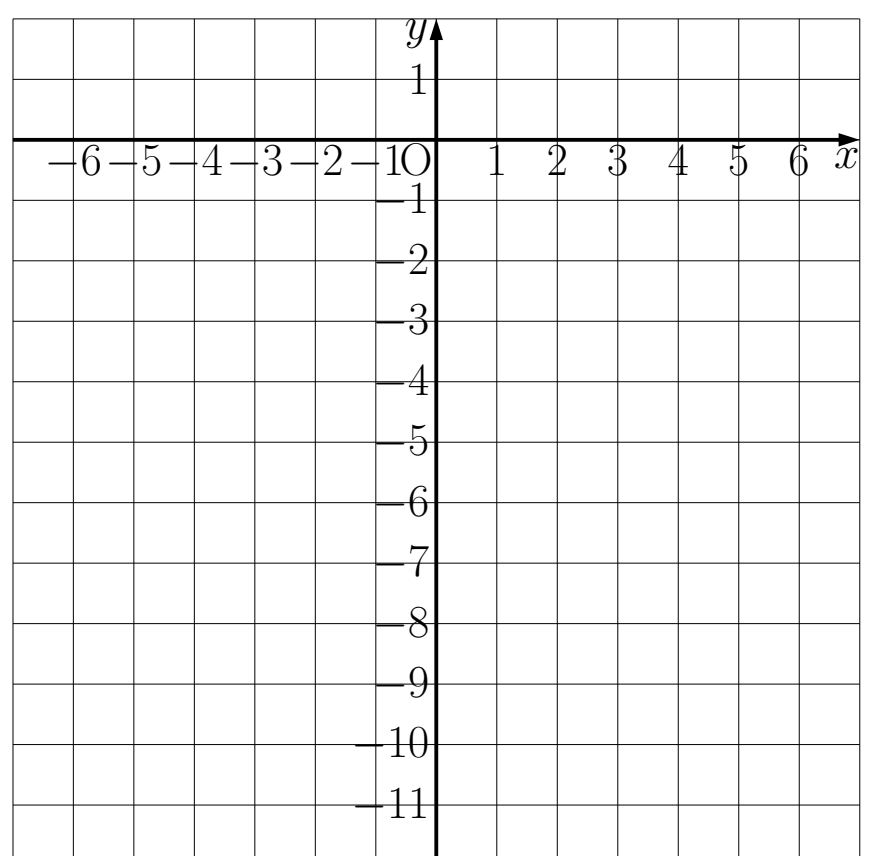
- ②  $y = \frac{1}{2}x^2$  について、下の表の空  
らんに当てはまる数を求め、グ  
ラフを書きなさい。

$x$	-4	-2	-1	0	1	2	4
$y$							



- ③  $y = -x^2$  について、下の表の空  
らんに当てはまる数を求め、グ  
ラフを書きなさい。

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$							

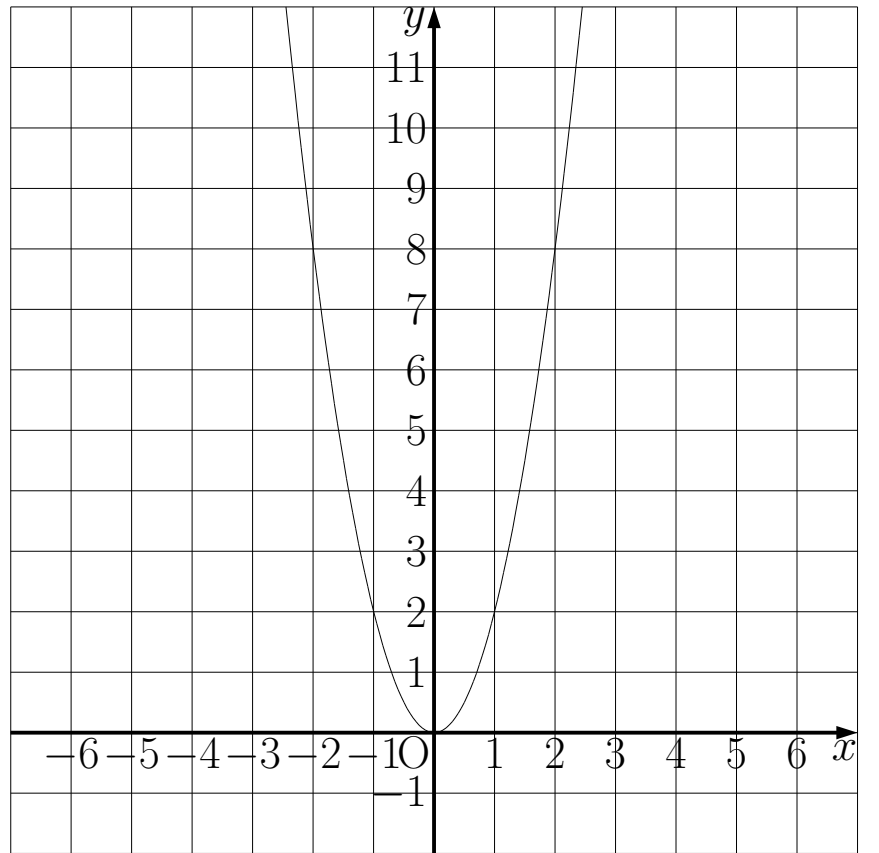


# 解 7

解 7

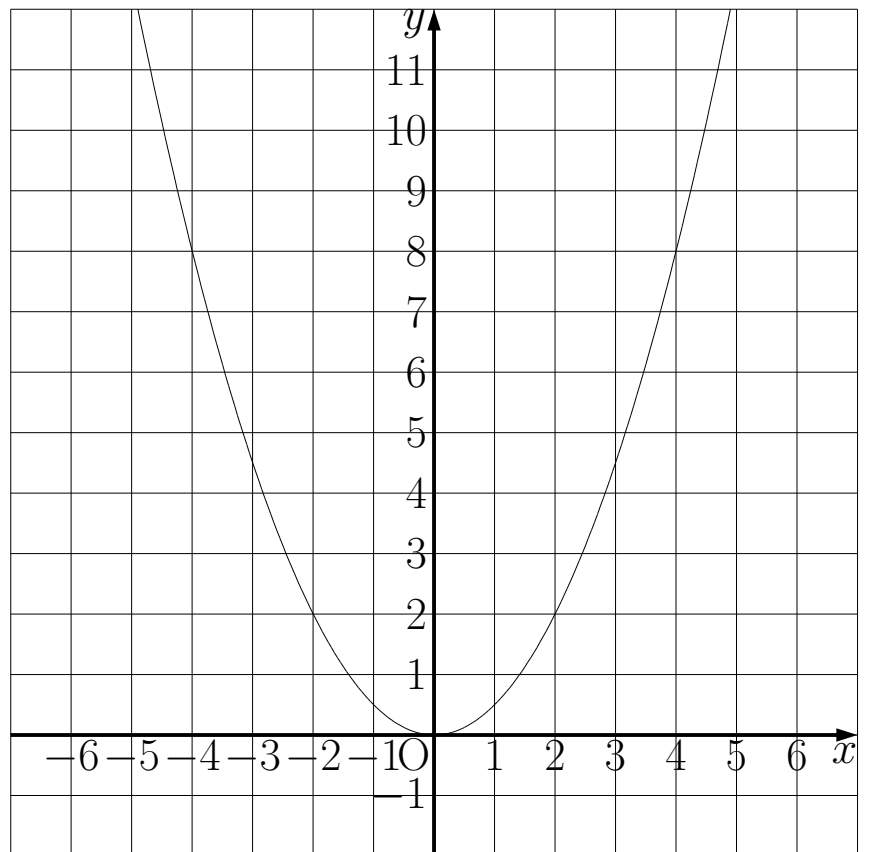
①

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	18	8	2	0	2	8	18



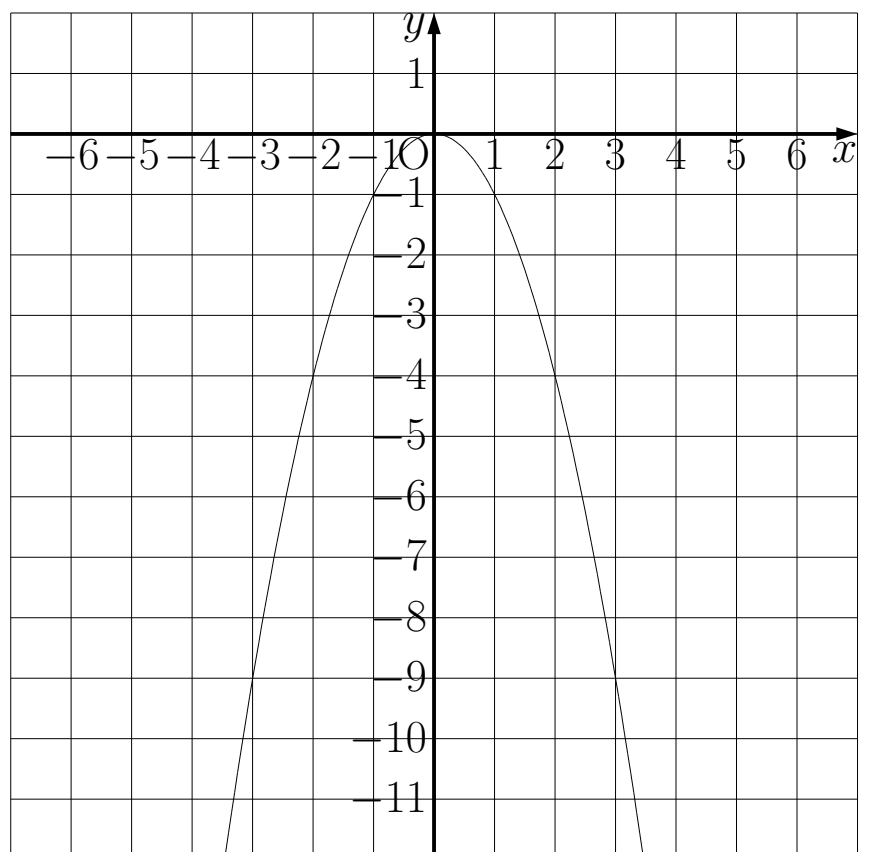
②

$x$	-4	-2	-1	0	1	2	4
$y$	8	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	8



③

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9

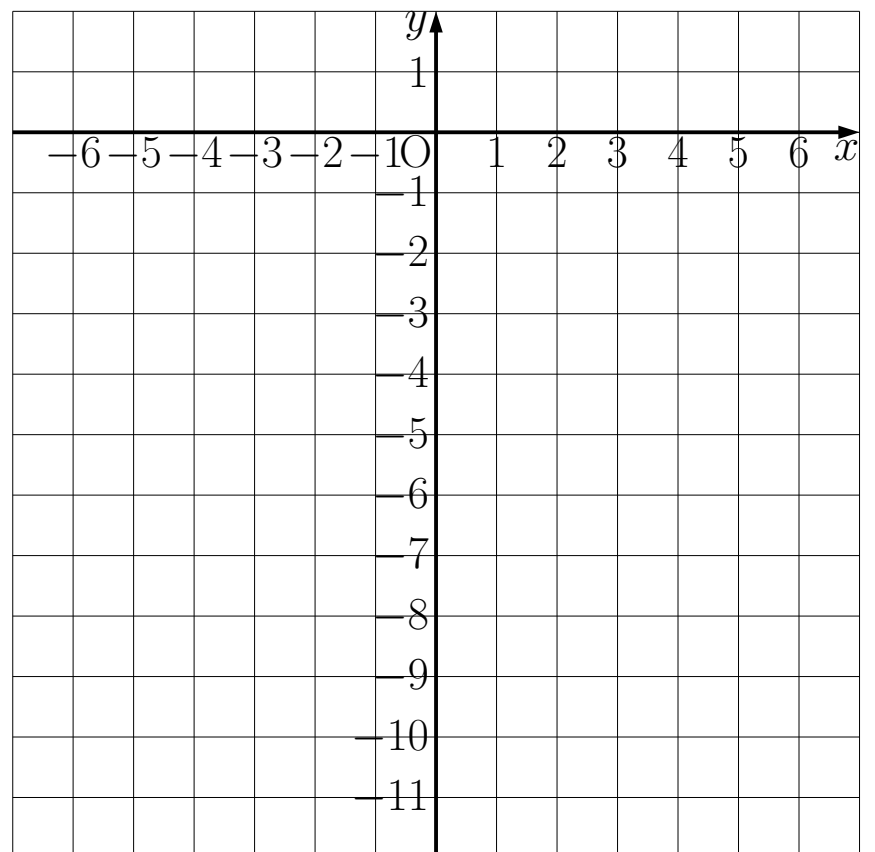


## 例題 7~8

### 例題 7

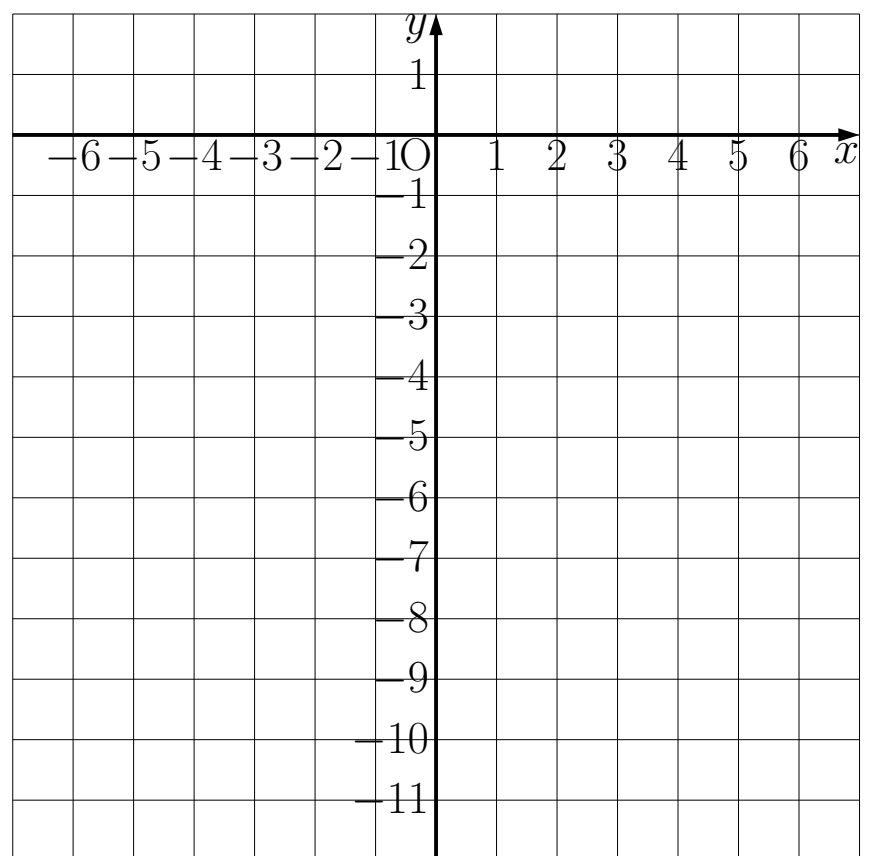
- ④  $y = -2x^2$  について、下の表の空らんには当てはまる数を求め、グラフを書きなさい。

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$							



- ⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2$  について、下の表の空らんには当てはまる数を求め、グラフを書きなさい。

$x$	-4	-2	-1	0	1	2	4
$y$							



### 例題 8

- (1) 次のアとイに当てはまる言葉を書き入れなさい。

放物線は対称軸があり、その対称軸を放物線のアといい、アと放物線との交点を放物線のイという。

ア、

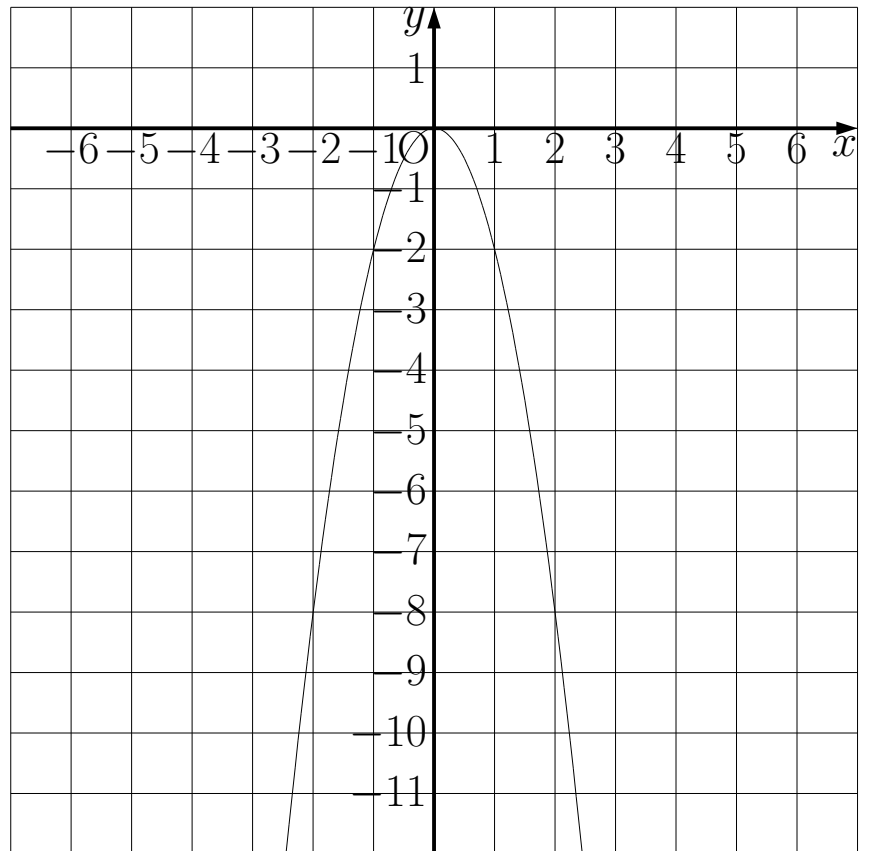
イ、

# 解 7~8

## 解 7

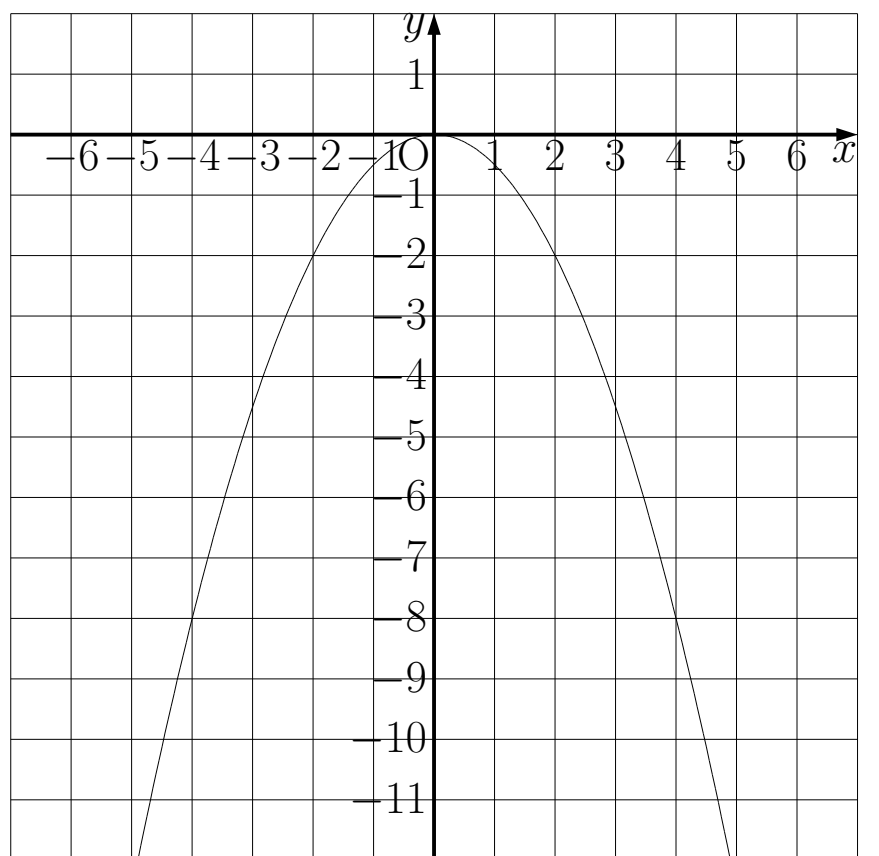
④

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-18	-8	-2	0	-2	-8	-18



⑤

$x$	-4	-2	-1	0	1	2	4
$y$	-8	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	-8



## 解 8

(1)

ア、軸

イ、頂点





## 解 8~9

---

解 8

(2)

ア、放物線

イ、原点

ウ、 $y$ 軸

エ、上

---

オ、下

カ、小さい

キ、 $x$ 軸

---

解 9

(1) イ、オ

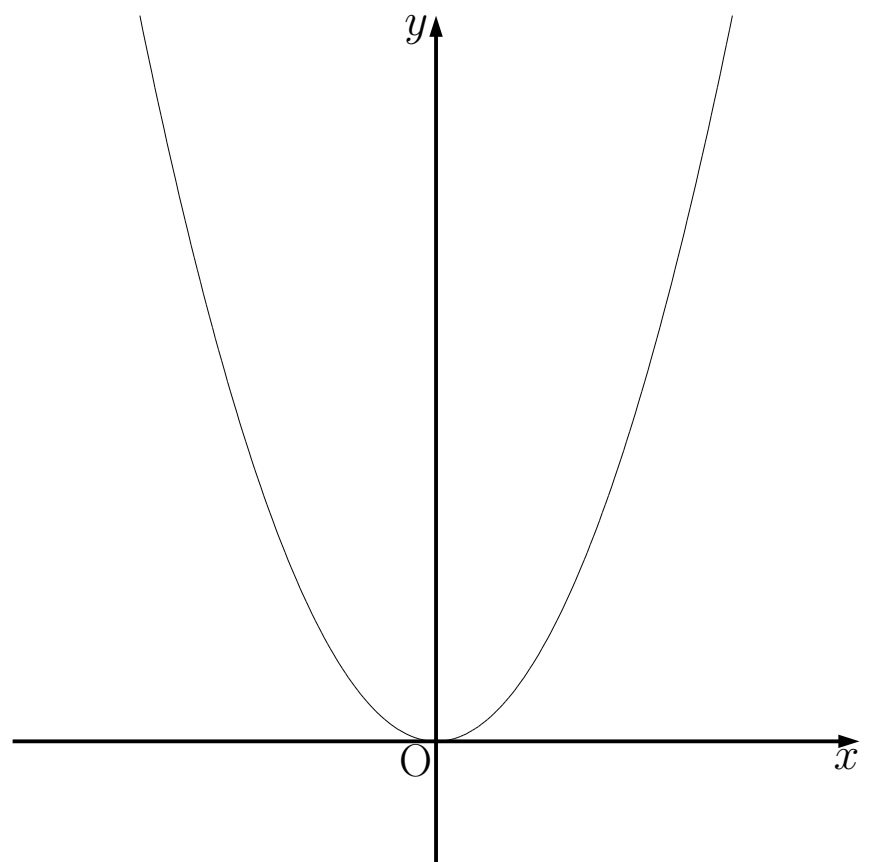
(2) イとエ

## 例題 10

### 例題 10

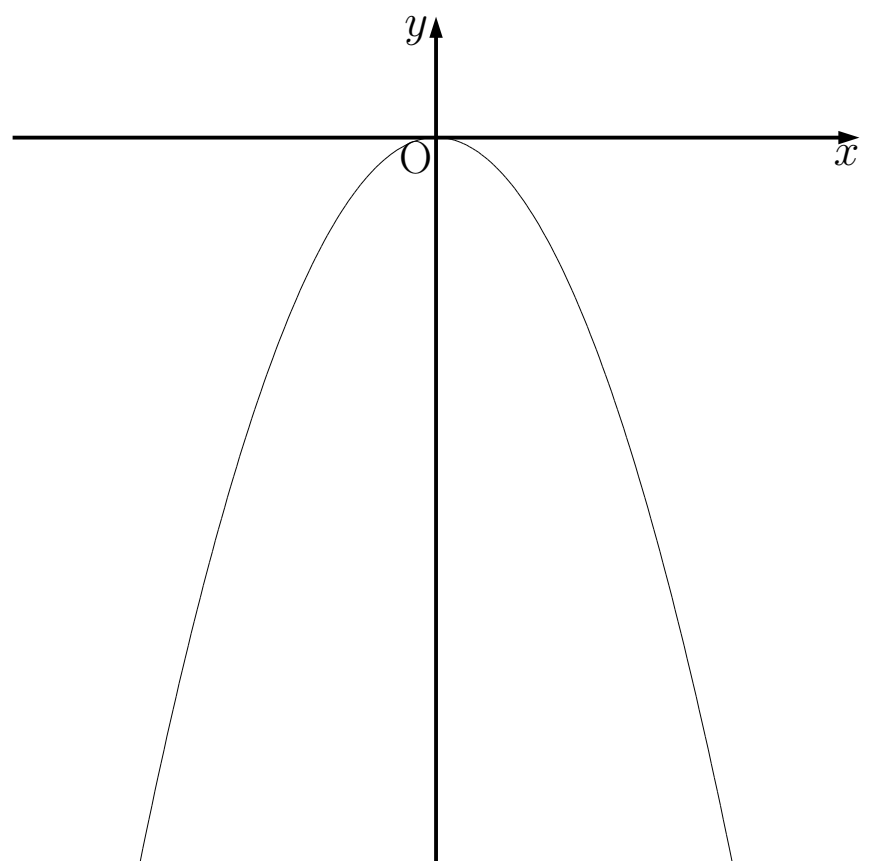
$y = ax^2$ のグラフについて次の□ア～□クに当てはまる言葉を書き入れなさい。

$a > 0$ のとき、 $y = ax^2$ のグラフは右の図のようになる。 $x \leq 0$ の範囲では、 $x$ の値が増加するにつれて $y$ の値は□アする。 $x \geq 0$ の範囲では、 $x$ の値が増加するにつれて $y$ の値は□イする。 $y$ の値は、 $x = \square$ ウのとき最小になり、 $x$ がどんな値をとっても常に $y \geq \square$ エである。



ア、                      イ、                      ウ、                      エ、

$a < 0$ のとき、 $y = ax^2$ のグラフは右の図のようになる。 $x \leq 0$ の範囲では、 $x$ の値が増加するにつれて $y$ の値は□オする。 $x \geq 0$ の範囲では、 $x$ の値が増加するにつれて $y$ の値は□カする。 $y$ の値は、 $x = \square$ キのとき最大になり、 $x$ がどんな値をとっても常に $y \leq \square$ クである。



オ、                      カ、                      キ、                      ク、

# 解 10

---

## 解 10

ア、減少

イ、増加

ウ、0

エ、0

---

オ、増加

カ、減少

キ、0

ク、0

---

## 例題 11

### 例題 11

(1) 関数 $y = x^2$ について、 $x$ が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

① 1 から 3 まで

② -4 から -1 まで

③ 0 から 5 まで

(2) 関数 $y = -2x^2$ について、 $x$ が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

① 2 から 5 まで

② -3 から 1 まで

③ -4 から -1 まで

(3) (1)、(2) の結果から関数 $y = ax^2$ の変化の割合は一定であると言えるか。

# 解 11

---

解 11

(1)

① 4

② -5

③ 5

(2)

① -14

② 4

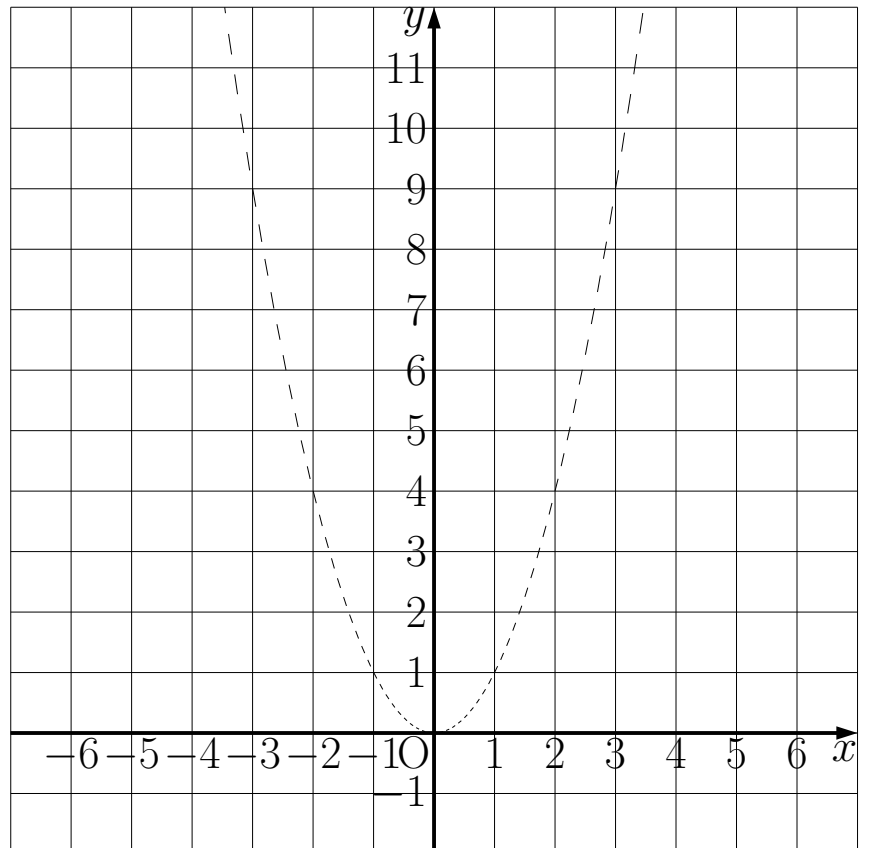
③ 10

(3) 言えない

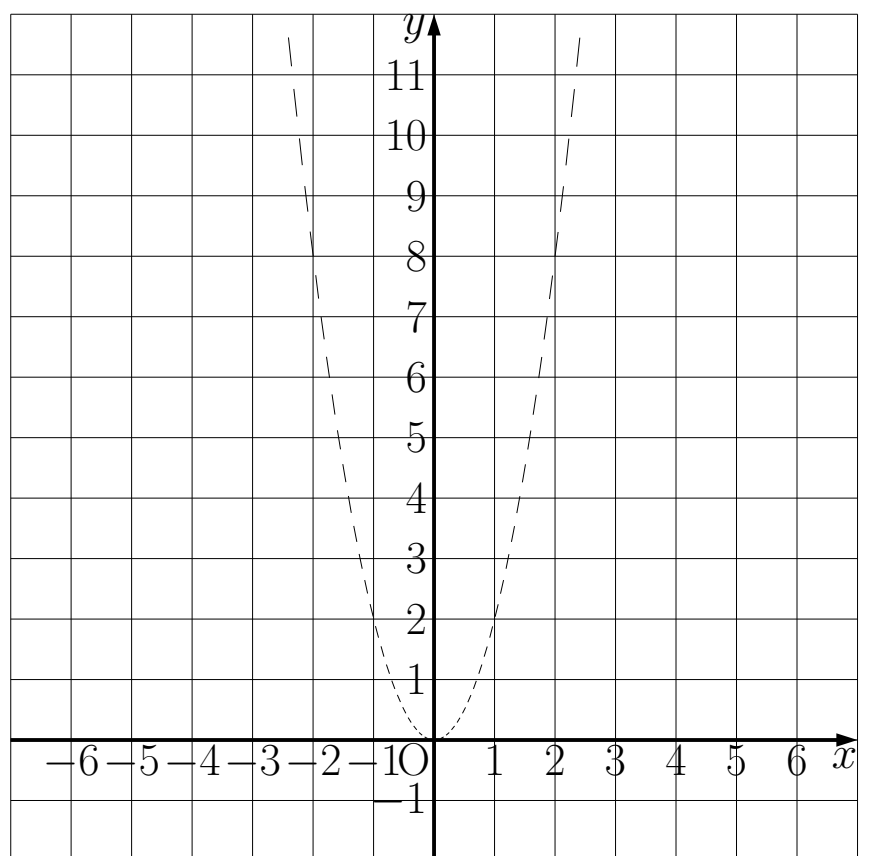
## 例題 12

### 例題 12

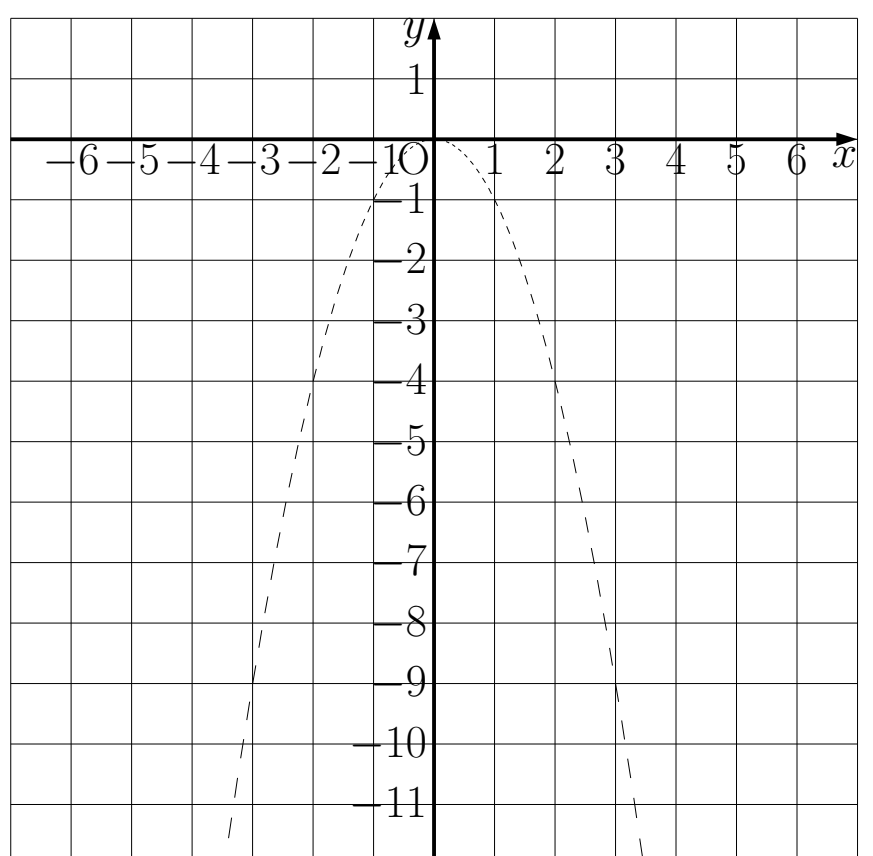
(1)  $x$ の変域が $1 \leq x \leq 3$ のとき、関数 $y = x^2$ のグラフを右の図を利用して書きなさい。また、 $y$ の変域を求めなさい。



(2)  $x$ の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のとき、関数 $y = 2x^2$ のグラフを右の図を利用して書きなさい。また、 $y$ の変域を求めなさい。



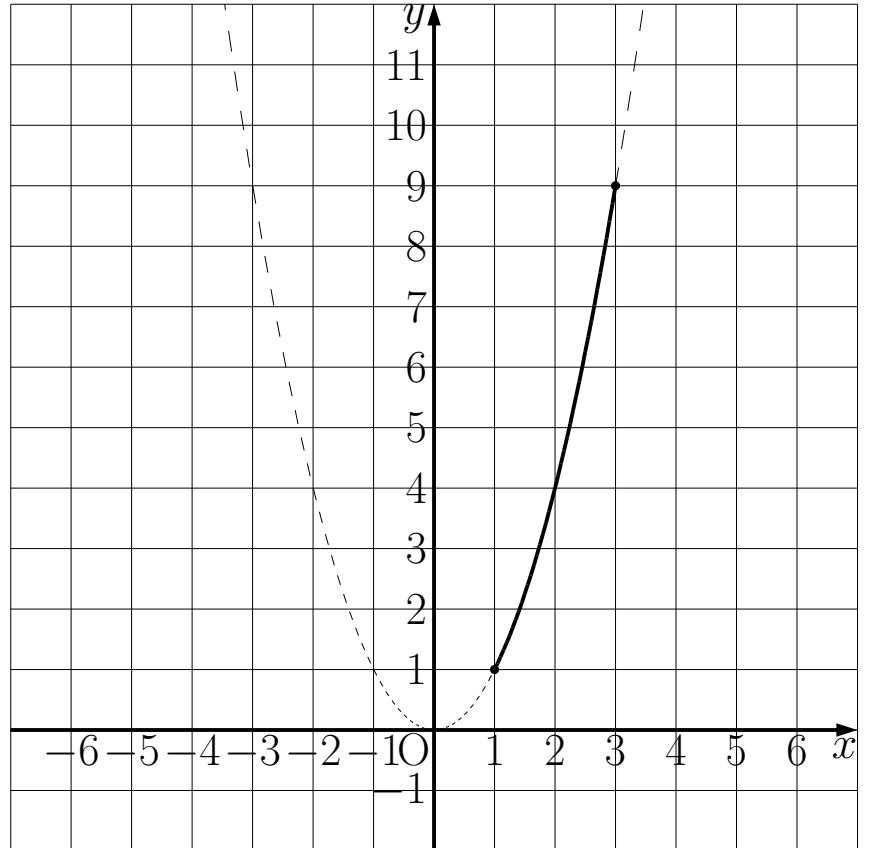
(3)  $x$ の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、関数 $y = -x^2$ のグラフを右の図を利用して書きなさい。また、 $y$ の変域を求めなさい。



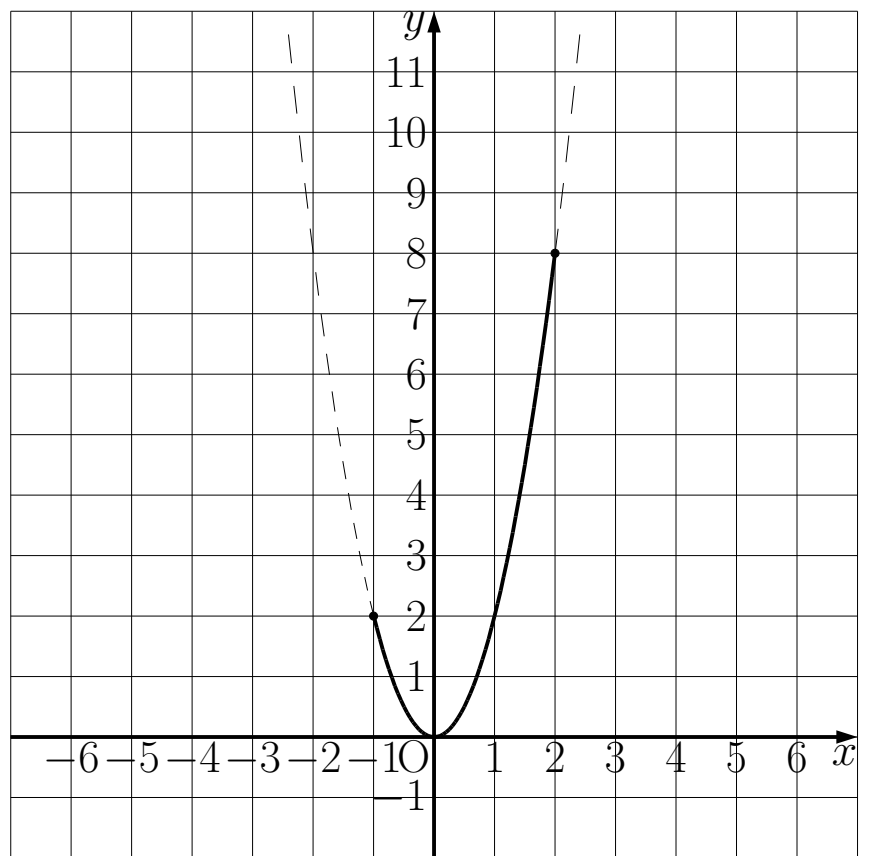
# 解 12

解 12

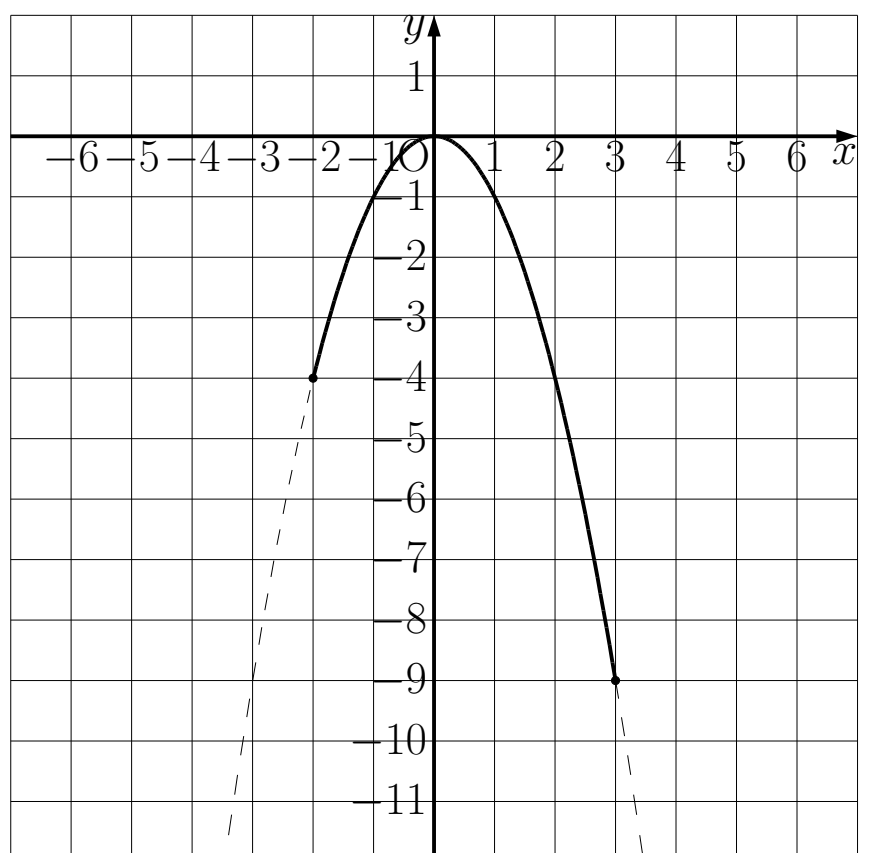
(1)  $1 \leq y \leq 9$



(2)  $0 \leq y \leq 8$



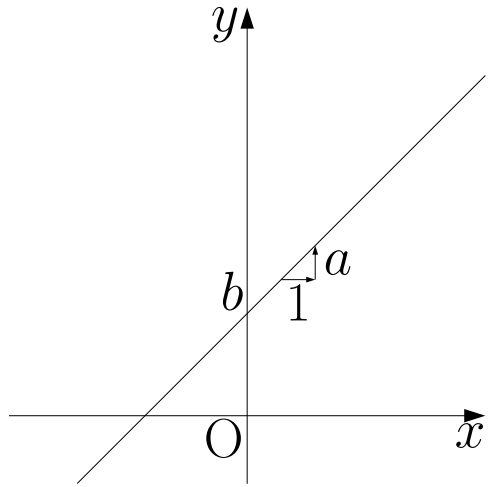
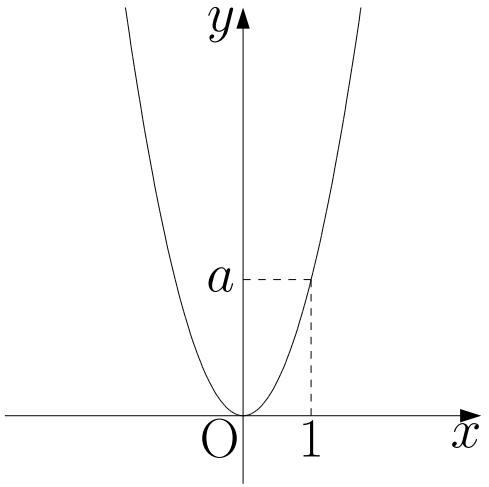
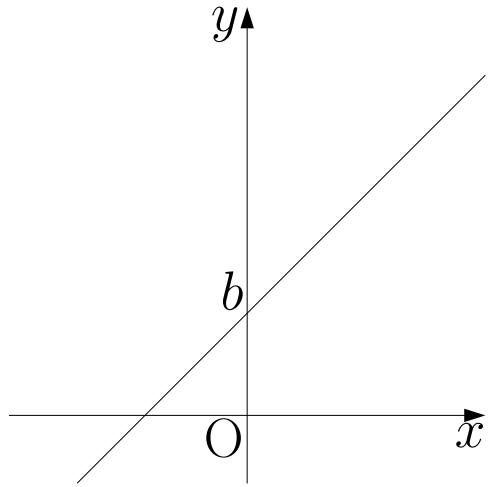
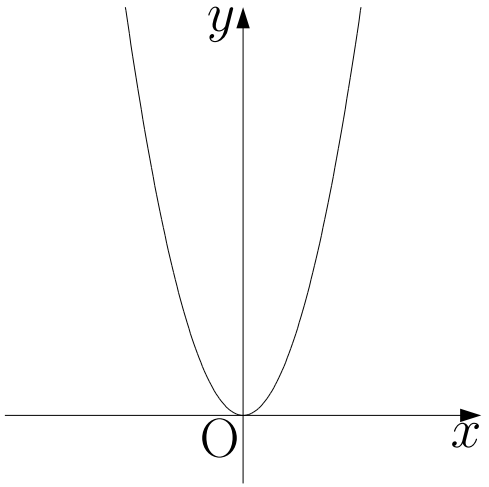
(3)  $-9 \leq y \leq 0$



# 例題 13

## 例題 13

下の表を完成させなさい。

式	一次関数	2 乗に比例する関数
	$y = ax + b$	$y = ax^2$
	傾きが <input type="text"/> ア <input type="text"/> で、切片が <input type="text"/> イ <input type="text"/> の直線	<input type="text"/> ウ <input type="text"/> を通り、 <input type="text"/> エ <input type="text"/> について対称な <input type="text"/> オ <input type="text"/>
		
グラフ	$a > 0$ のとき  <p><math>x</math>が増加すると <math>y</math>は <input type="text"/> カ <input type="text"/> する</p>	$a > 0$ のとき  <p><math>x</math>が増加するとき  <math>x \leq 0</math> の範囲では <math>y</math>は <input type="text"/> キ <input type="text"/> する  <math>x \geq 0</math> の範囲では <math>y</math>は <input type="text"/> ク <input type="text"/> する</p>

ア、

イ、

ウ、

エ、

オ、

カ、

キ、

ク、



# 解 13

---

## 解 13

ア、 $a$

イ、 $b$

ウ、原点

エ、 $y$ 軸

---

オ、放物線

カ、増加

キ、減少

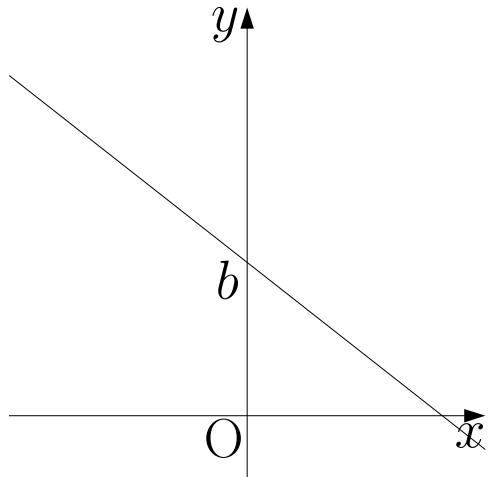
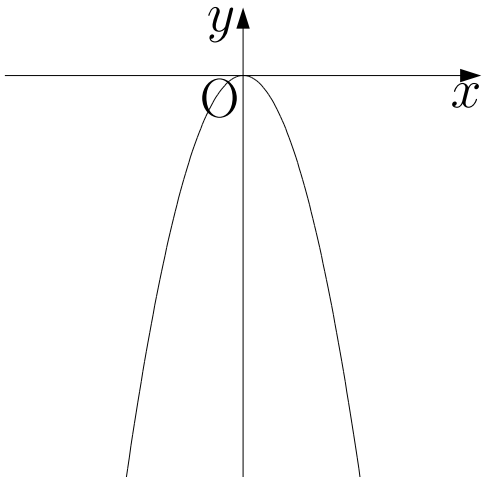
ク、増加

---

# 例題 13

## 例題 13

下の表を完成させなさい。

式	一次関数	2 乗に比例する関数
	$y = ax + b$	$y = ax^2$
グラフ	$a < 0$ のとき 	$a < 0$ のとき 
	$x$ が増加すると $y$ は $\square$ する	$x$ が増加するとき $x \leq 0$ の範囲では $y$ は $\square$ する $x \geq 0$ の範囲では $y$ は $\square$ する
変化の割合	一定で $\square$ に等しい	$\square$ でない

ケ、

コ、

サ、

シ、

ス、

# 解 13

---

## 解 13

ケ、減少

コ、増加

サ、減少

シ、 $a$

---

ス、一定

---

## 例題 14~15

### 例題 14

時速 $x$ kmで走っている自動車の制動距離を $y$ mとすると、 $y$ は $x$ の2乗に比例することが知られている。これについて次の問いに答えなさい。

ある自動車では時速40kmで走っているときの制動距離が15mになった。

- ①  $y$ を $x$ の式で表しなさい。
- ② 時速80kmのときの制動距離を求めなさい。
- ③ 制動距離が135mのときの時速を求めなさい。

### 例題 15

1往復するのに $x$ 秒かかる振り子の長さを $y$ mとするとき

$$y = \frac{1}{4}x^2$$

という関係がある。このとき次の問いに答えなさい。

- ① 1往復するのに4秒かかる振り子の長さを求めなさい。
- ② 振り子の長さが36cmのとき、1往復する時間を求めなさい。



## 解 14~15

---

### 解 14

①  $y = \frac{3}{320}x^2$

② 60m

③ 時速 120km

### 解 15

① 4m

②  $\frac{6}{5}$ 秒

## 例題 16~17

### 例題 16

物を落とすとき、落ち始めてから $x$ 秒間に落ちる距離を $y$ m とすると  
およそ

$$y = 4.9x^2$$

という関係がある。このとき次の問いに答えなさい。

- ① 落ち始めてから 5 秒間ではおよそ何 m 落ちるか求めなさい。
- ② 44.1m 落ちるのにかかるのはおよそ何秒か求めなさい。

### 例題 17

風速 $x$ m/秒の風が吹くとき、風が物体に与える圧力を $y$ Pa (パスカル)  
とすると、 $y$ は $x$ の 2 乗に比例することが知られている。これについて  
次の問いに答えなさい。

風速 7m/秒のとき、物体にかかる圧力は 24.5Pa であった。

- ①  $y$ を $x$ の式で表しなさい。
- ② 風速が 2m/秒のとき、物体にかかる圧力を求めなさい。
- ③ 風速が 6m/秒のとき、物体にかかる圧力を求めなさい。
- ④ 物体にかかる圧力が 162Pa のとき、風速は何 m/秒か求めなさい。

## 解 16~17

---

### 解 16

① およそ 122.5m

② およそ 3 秒

### 解 17

①  $y = \frac{1}{2}x^2$

② 2Pa

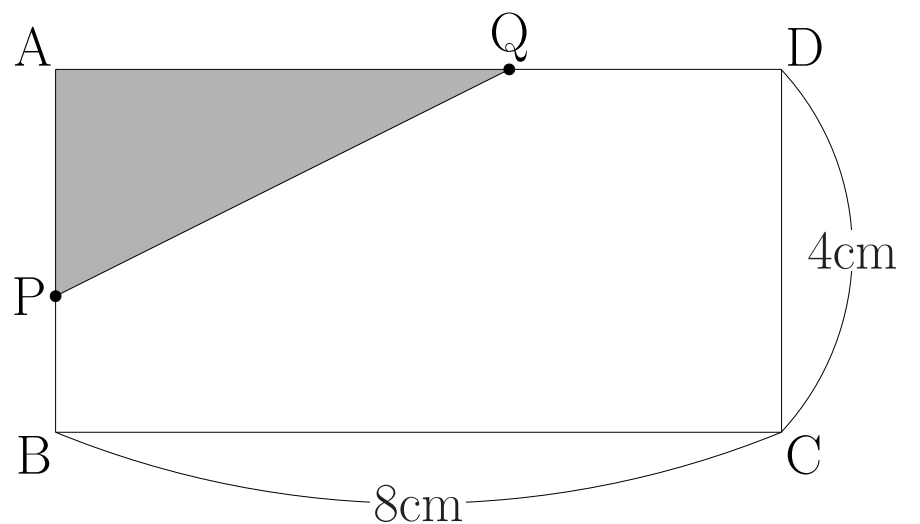
③ 18Pa

④ 18m/秒

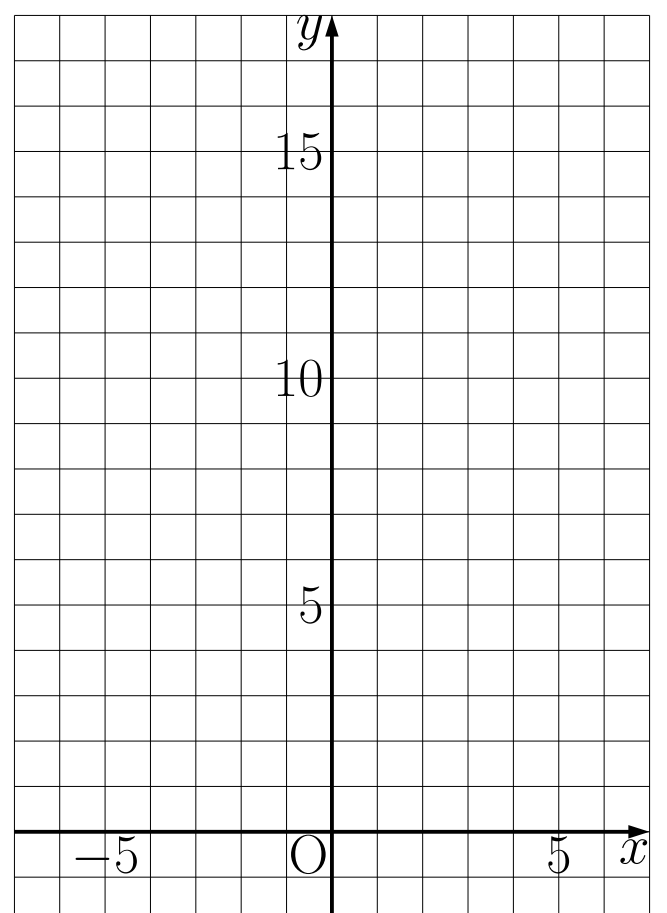
# 例題 18

## 例題 18

右の図のような長方形  $ABCD$  がある。点  $P$  は毎秒  $1\text{cm}$  で周上を  $A$  から  $B$  まで動く。点  $Q$  は点  $P$  と同時に出発して、毎秒  $2\text{cm}$  で周上を  $A$  から  $D$  まで動く。2点  $P$ 、 $Q$  が  $A$  を出発してから  $x$  秒後の  $\triangle APQ$  の面積を  $y\text{ cm}^2$  とするとき、次の問いに答えなさい。



- ①  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。
- ②  $x = 3$  のときの  $y$  の値を求めなさい。
- ③  $x$  と  $y$  の変域をそれぞれ求めなさい。
- ④ 変域に注意して、 $x$  と  $y$  の関係を表すグラフを右の図に書きなさい。





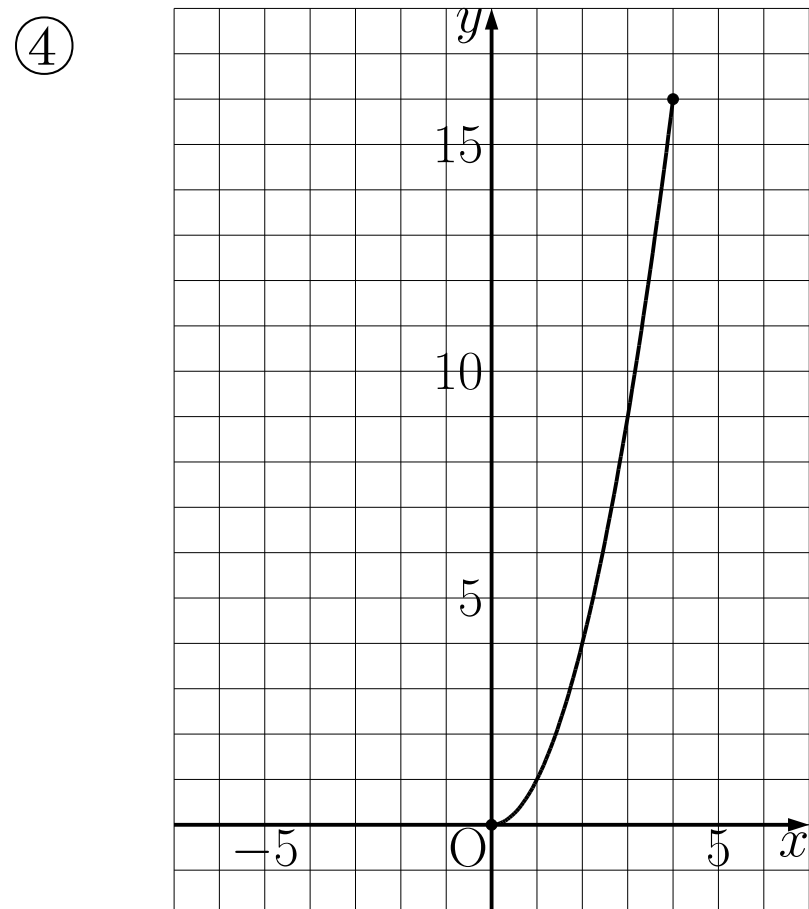
# 解 18

## 解 18

①  $y = x^2$

②  $y = 9$

③  $0 \leq x \leq 4$       $0 \leq y \leq 16$



## 例題 19~21

### 例題 19

次のア～オの関数から当てはまるものを記号で答えなさい。

- (1) 変化の割合が一定でないもの。
- (2)  $x > 0$ の範囲で、 $x$ が増加するとき $y$ が減少するもの。

ア、 $y = 5x + 3$

イ、 $y = -\frac{3}{5}x^2$

ウ、 $y = \frac{3}{x}$

エ、 $y = 6x^2$

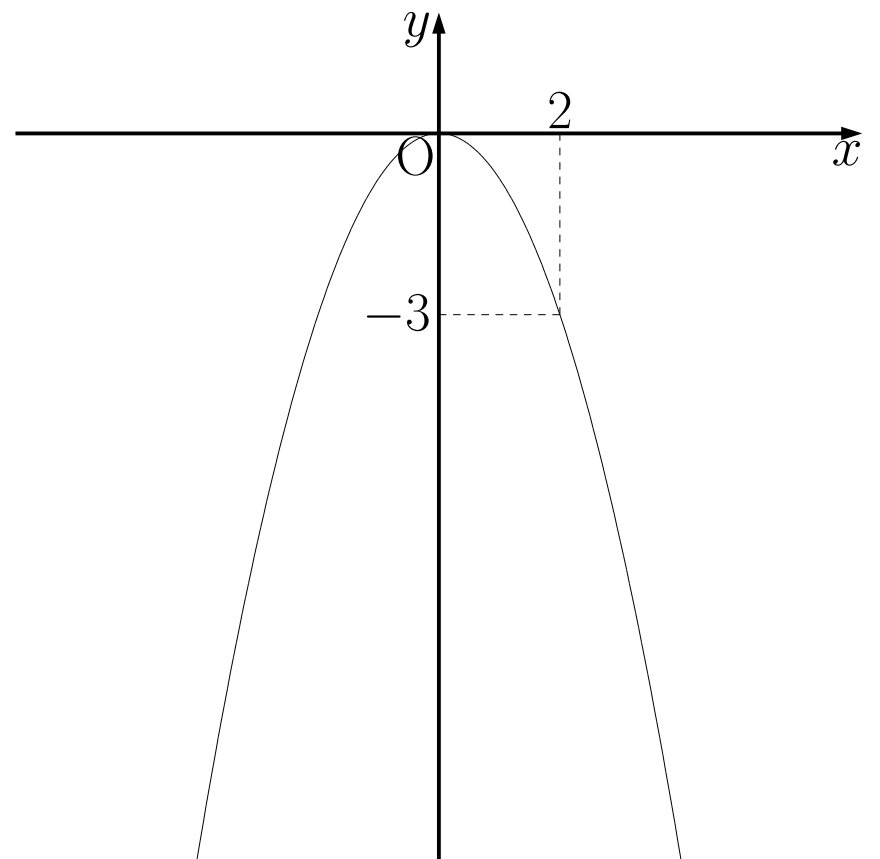
オ、 $y = 6 - x$

### 例題 20

右の図は $y = ax^2$ のグラフである。

次の問いに答えなさい。

- ①  $a$ の値を求めなさい。
- ②  $x$ の値が $-3$ から $1$ まで増加するときの変化の割合を求めなさい。



### 例題 21

$y$ が $x$ の2乗に比例し、 $x$ の値が2から4まで増加するとき、変化の割合が30であるような関数を求めなさい。

## 解 19~21

---

解 19

① イ、ウ、エ

② イ、ウ、オ

解 20

①  $a = -\frac{3}{4}$

②  $\frac{3}{2}$

解 21

$$y = 5x^2$$

## 例題 22

### 例題 22

(1)  $y = ax^2$  と  $y = -3x + 5$  は  $x$  の値が  $-4$  から  $1$  まで増加したときの変化の割合が等しいという。このとき  $a$  の値を求めなさい。

(2)  $y = x^2$  と  $y = -8x - 1$  は  $x$  の値が  $t$  から  $t + 4$  まで増加したときの変化の割合が等しいという。このとき  $t$  の値を求めなさい。

### 例題 23

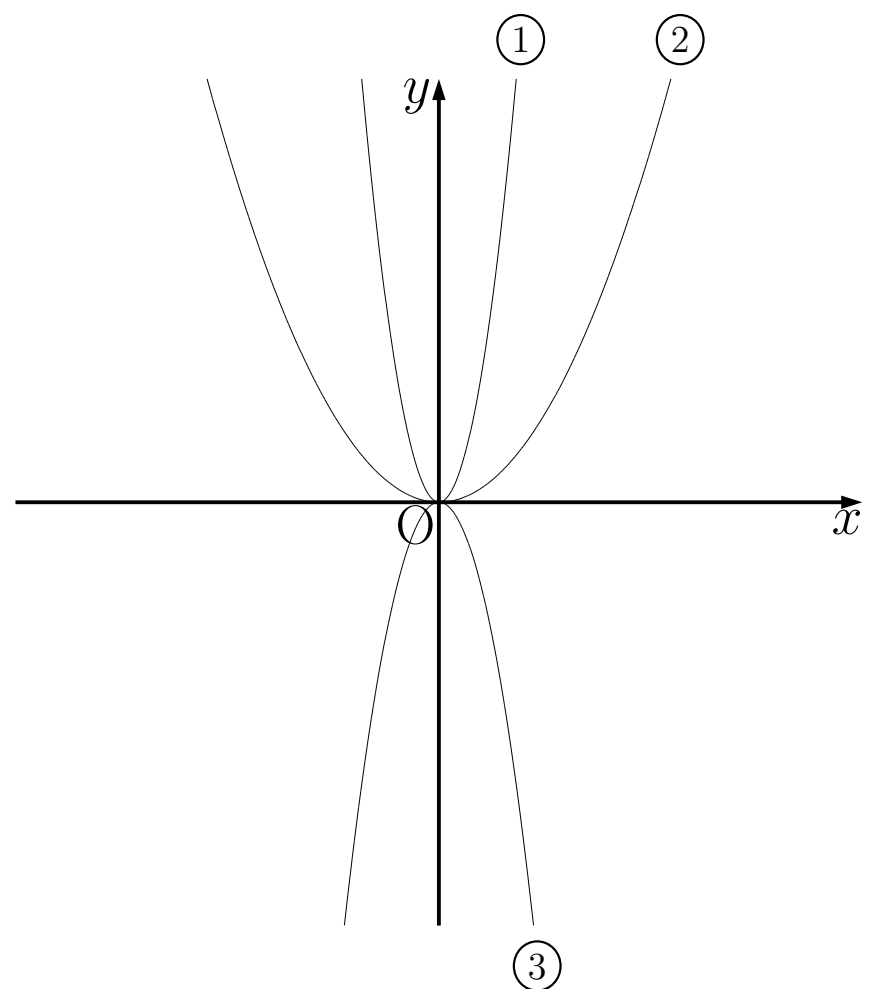
右の図は 3 つの関数

$$y = \frac{1}{3}x^2$$

$$y = 3x^2$$

$$y = -2x^2$$

のグラフを、同じ座標軸を使って表わしたものである。①、②、③はそれぞれどの関数のグラフか答えなさい。



①

②

③

## 解 22

---

解 22

(1)  $a = 1$

(2)  $t = -6$

解 23

①  $y = 3x^2$

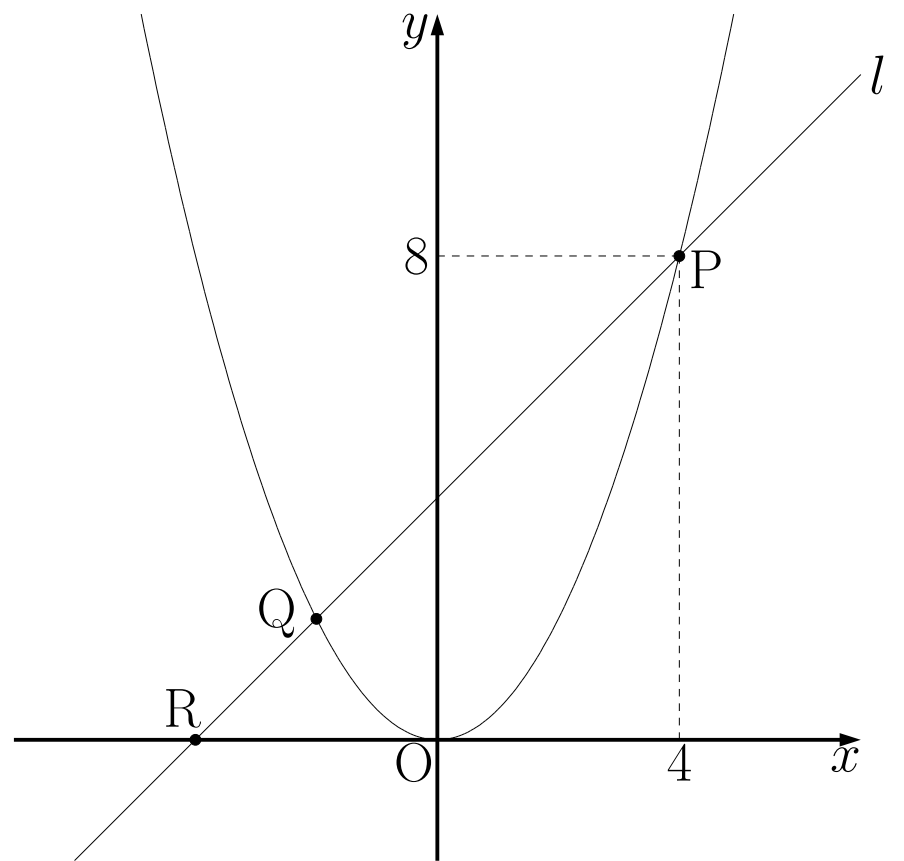
②  $y = \frac{1}{3}x^2$

③  $y = -2x^2$

## 例題 24

### 例題 24

右の図のように、 $y = ax^2$  のグラフ上に 2 点 P、Q がある。P の座標が  $(4, 8)$  であるとき、次の問いに答えなさい。



①  $a$  の値を求めなさい。

② Q の  $x$  座標が  $-2$  のとき、2 点 P、Q を通る直線  $l$  の式を求めなさい。

③  $\triangle OPQ$  の面積を求めなさい。

④ 直線  $l$  と  $x$  軸との交点を R とするとき、 $\triangle OPR$  の面積を求めなさい。

# 解 24

---

解 24

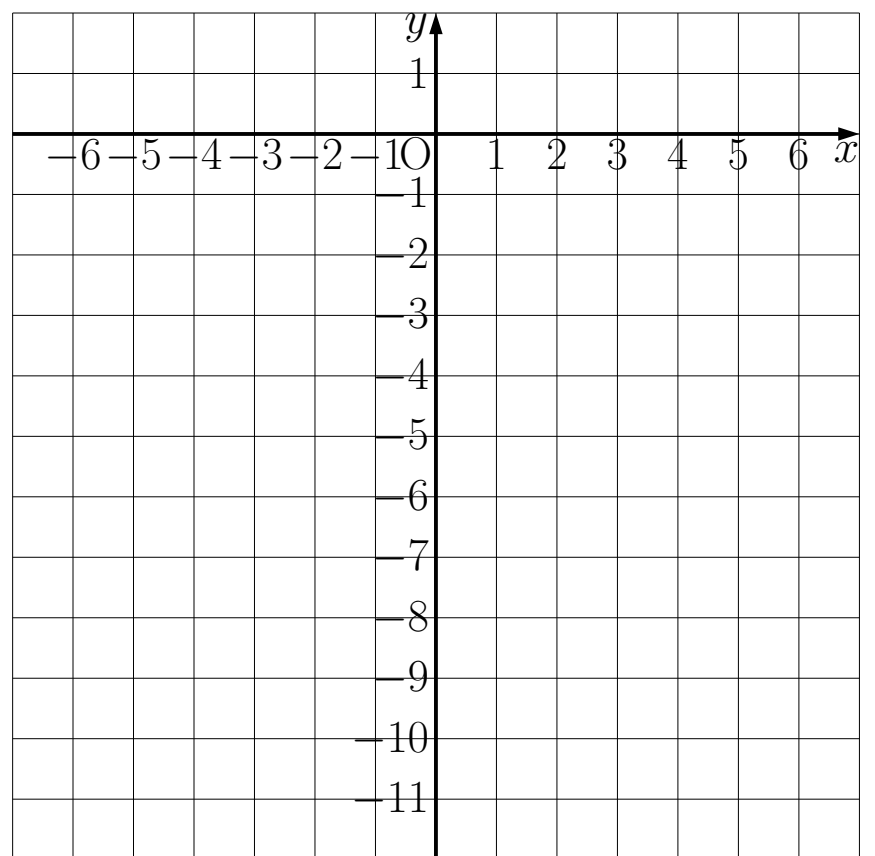
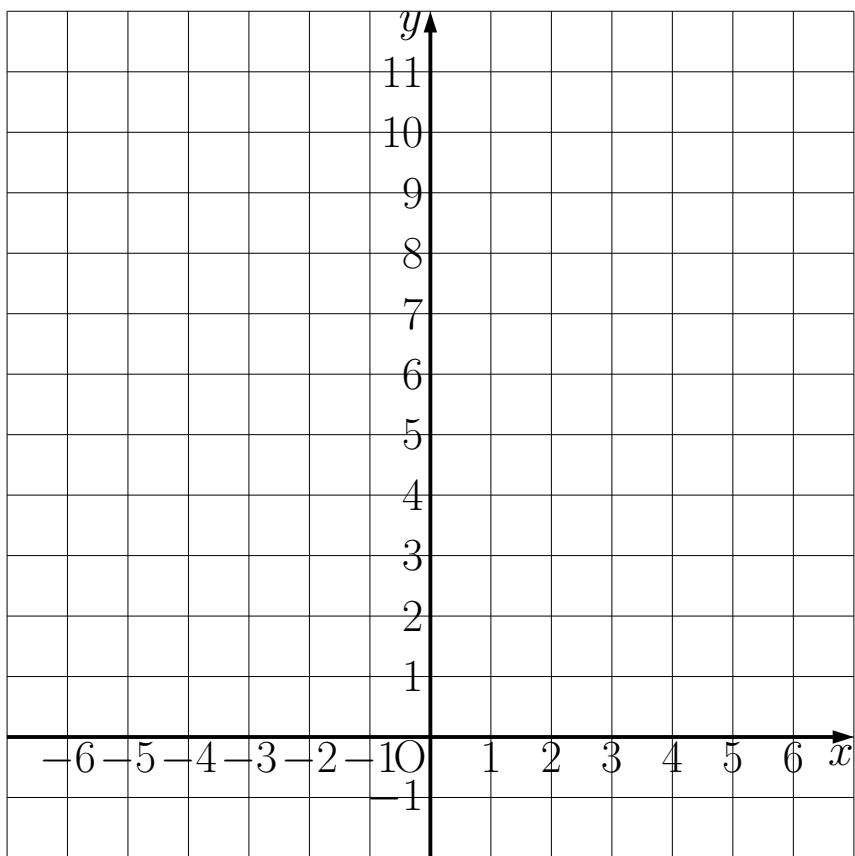
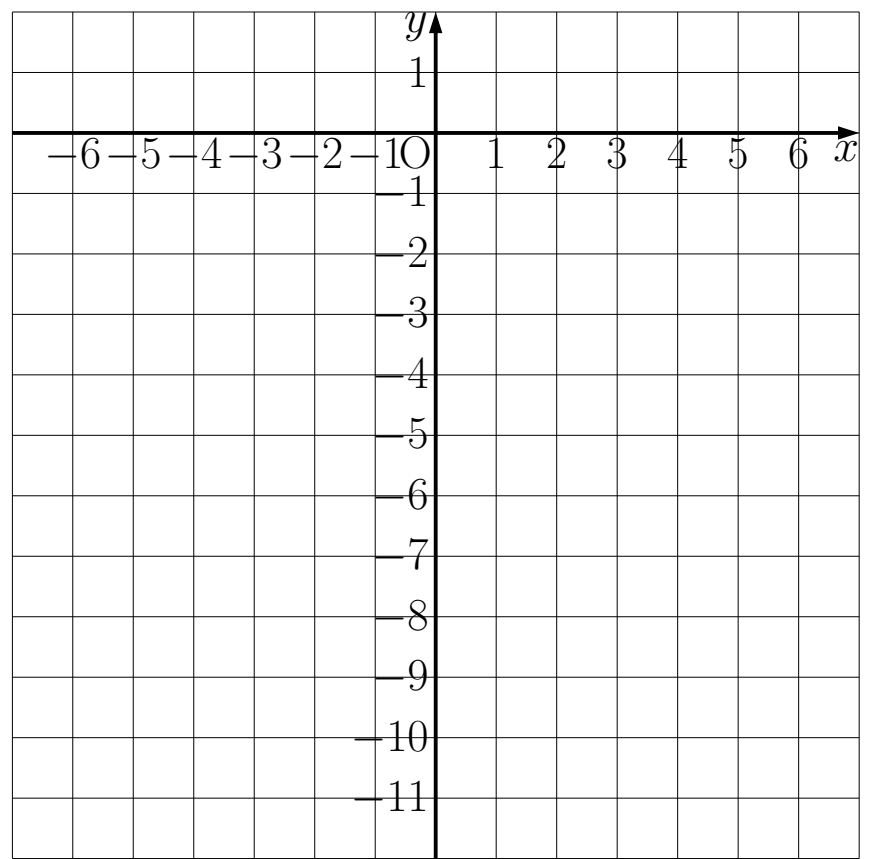
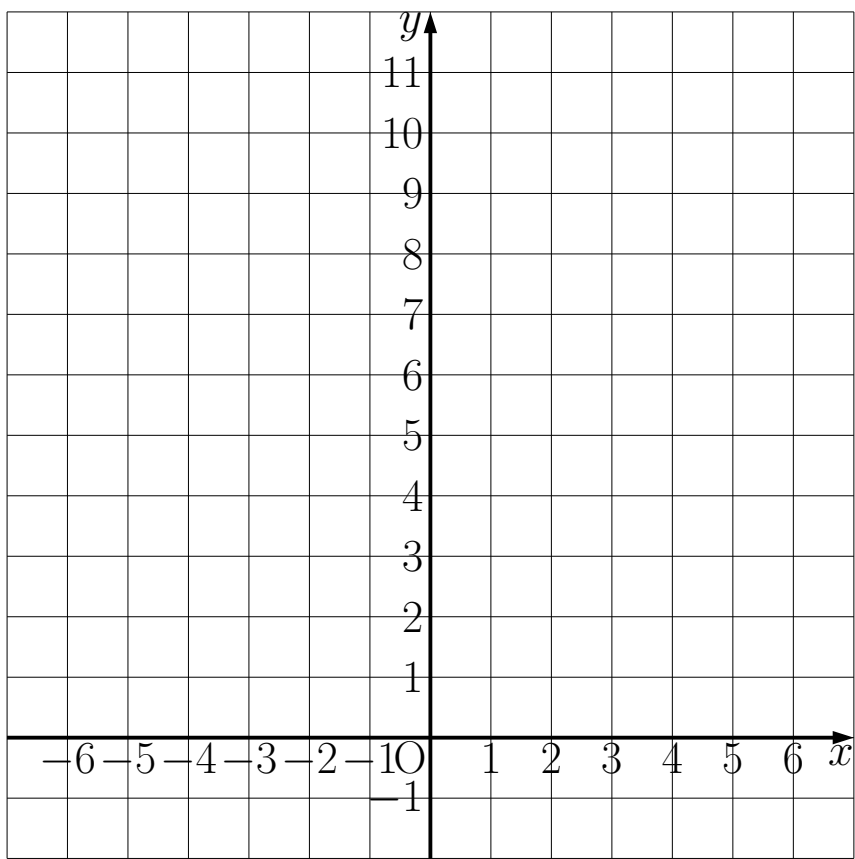
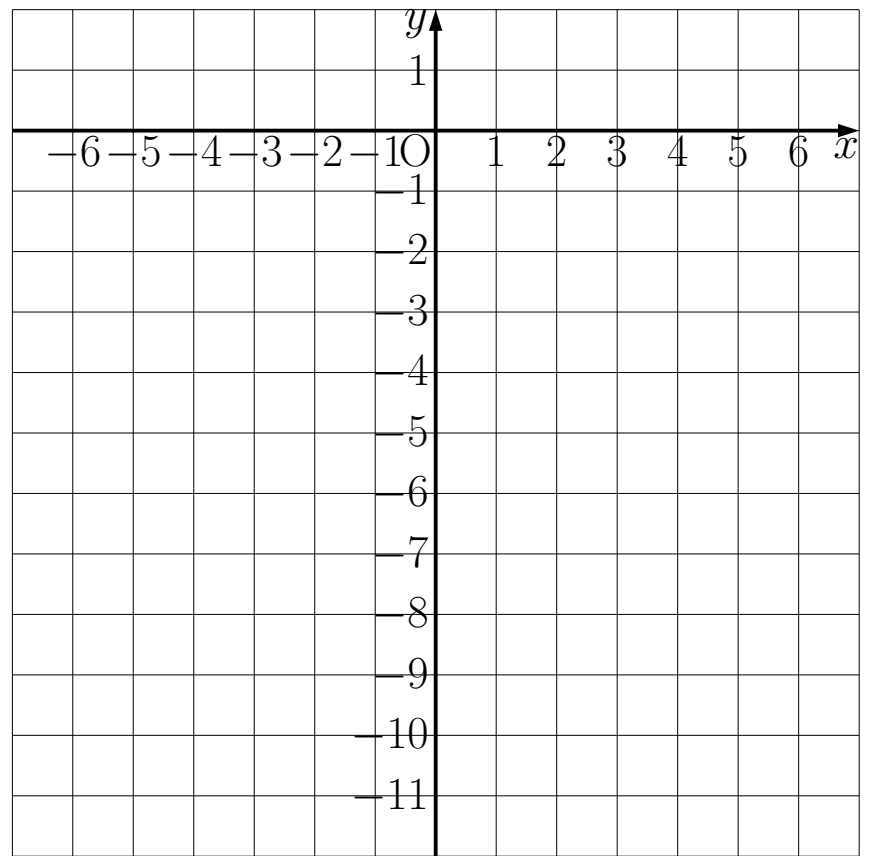
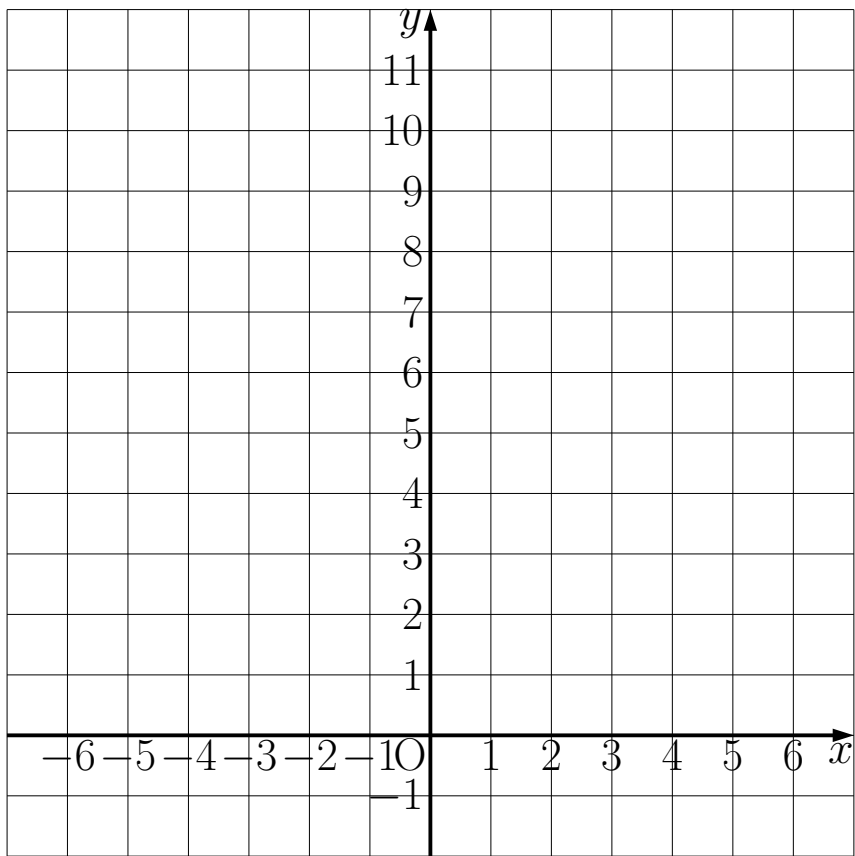
①  $a = \frac{1}{2}$

②  $y = x + 4$

③ 12

④ 16

# グラフの練習用紙





# グラフの練習用紙

