

数奇な数

相似な図形

例題編

中学数学 相似な図形の内容

- 相似な図形の性質
- 相似の位置
- 相似比
- 比の値
- 三角形の相似条件
- 三角形の相似条件を使った証明
- 相似の利用（測量）
- 三角形と比
- 三角形と比の定理の逆
- 中点連結定理
- 平行線と比
- 三角形の角の二等分線と比

* 「ページ表示」を「見開き」でご覧いただきますと、問題とその答えが見やすくなります。

* このテキストは家庭学習の補助教材としてのみご利用いただけます。その他（問題の改変、商用など）の利用はご遠慮くださいますようお願いいたします。

例題 1

例題 1

(1) 次のア～エに当てはまるものを答えなさい。

ある図形の形を変えずに大きくすることをアといい、アした図形をイという。また、形を変えずに小さくすることをウといい、ウした図形をエという。

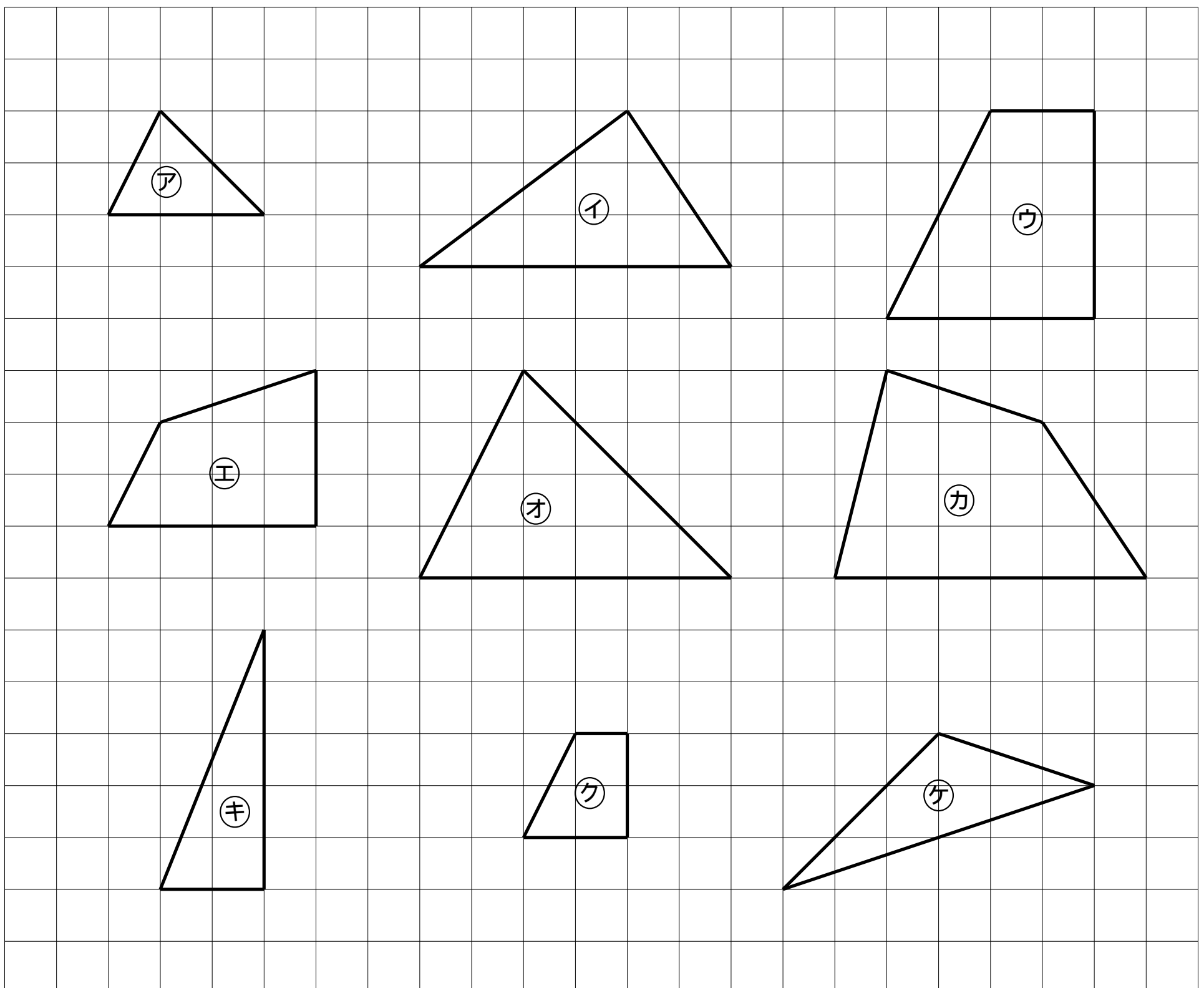
ア、

イ、

ウ、

エ、

(2) 次の図形で、拡大または縮小した図形の組を答えなさい。



解 1

解 1

(1)

ア、拡大

イ、拡大図

ウ、縮小

エ、縮小図

(2) ㊦と㊧、㊨と㊩

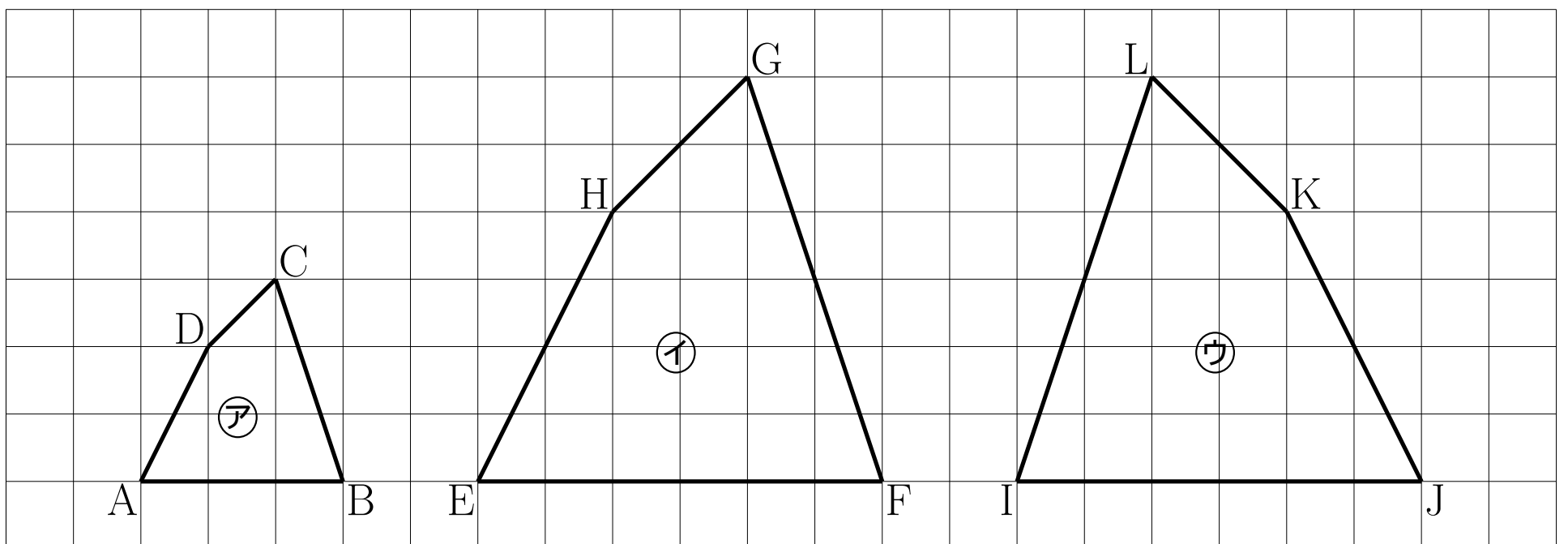
例題 1

(3) 次のア～ケに当てはまるものを答えなさい。

2つの図形があって、一方の図形を一定の割合で拡大または縮小すると他方の図形と合同になるとき、2つの図形はアであるという。下の図で四角形アと四角形イはアである。また、四角形ウは四角形イの裏返しになっており、この2つの四角形はイであるから、四角形アと四角形ウもアである。四角形アと四角形イは対応する辺の長さや角の大きさについて、次の関係があることが分かる。

$$2AB = EF \quad \text{ウ} \quad BC = FG \quad \text{エ} \quad CD = GH \quad \text{オ} \quad DA = HE$$

$$\angle A = \angle E \quad \angle B = \angle \text{カ} \quad \angle C = \angle \text{キ} \quad \angle D = \angle \text{ク}$$



四角形ABCDと四角形EFGHが相似であることを、記号ケを使って

四角形 ABCD ケ 四角形 EFGH

と表す。多角形の相似を記号を使って表わすときは、対応する頂点の名前を周にそって同じ順に書く。

ア、 イ、 ウ、 エ、 オ、

カ、 キ、 ク、 ケ、

解 1

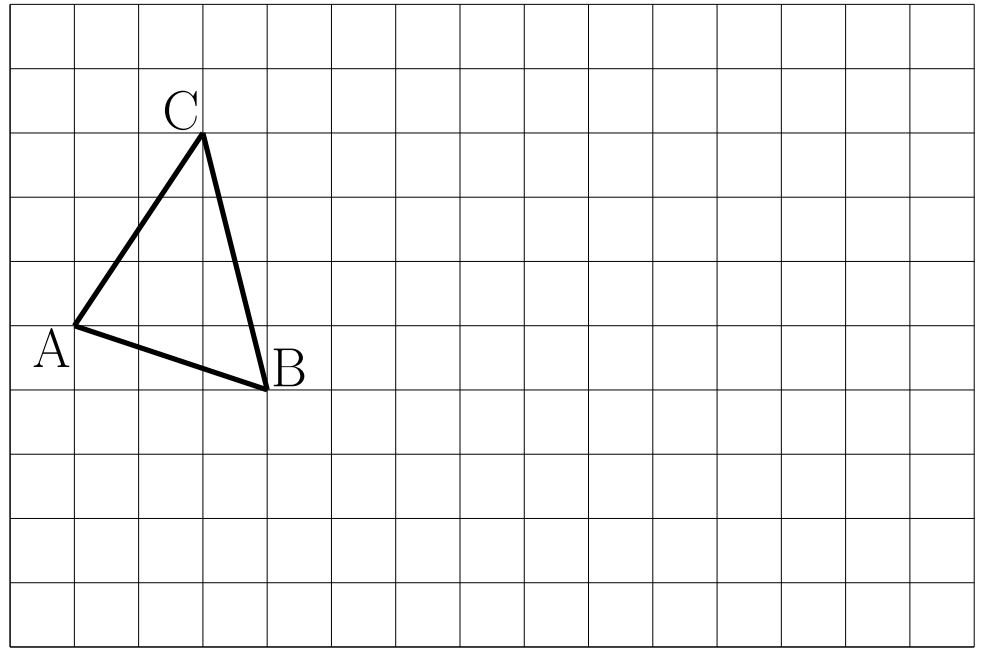
(3)

ア、相似	イ、合同	ウ、2	エ、2	オ、2
カ、F	キ、G	ク、H	ケ、 ∞	

例題 1

(4) 次の各問いに答えなさい。

① $\triangle ABC$ の各辺を 2 倍に拡大した $\triangle DEF$ を右の図に書きなさい。

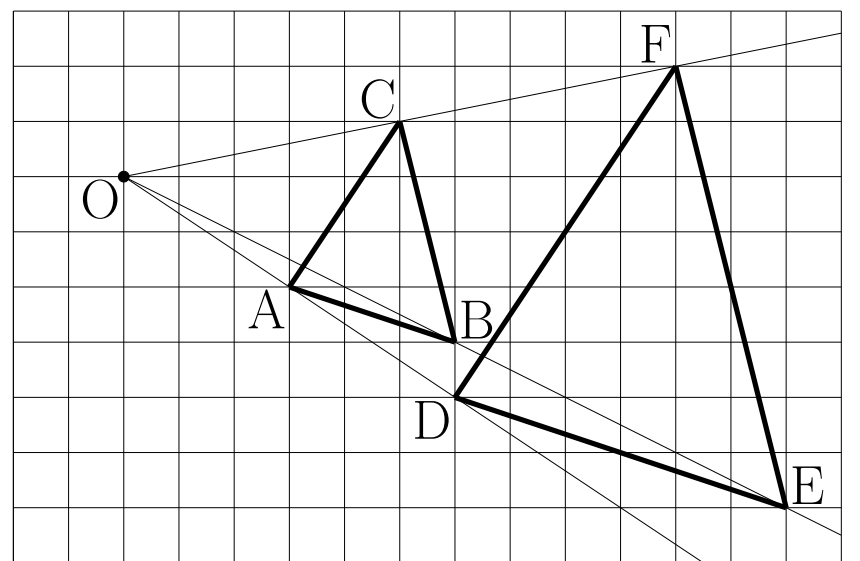


② 2 つの三角形が相似であることを記号 \sim を使って表わしなさい。

③ 2 つの三角形について、対応する辺の長さや角の大きさの関係を記号を使って表わしなさい。

(5) 次の \square 、 \square に当てはまるものを答えなさい。

右の図の $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ のように 2 つの図形の対応する点どうしを通る直線が全て 1 点 O に集まり、 O から対応する点までの距離の比が全て等しいとき、それらの図形は O を \square



として \square にあるという。 \square にある 2 つの図形は相似である。

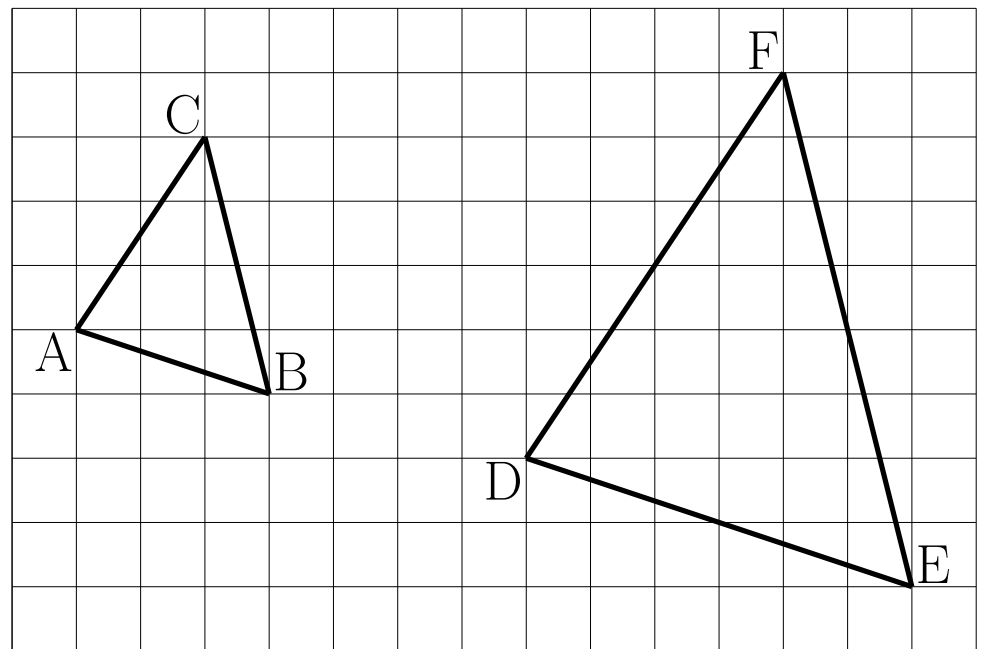
ア、

イ、

解 1

(4)

① 右の図



② $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

③ $2AB = DE$ 、 $2BC = EF$ 、 $2CA = FD$

($AB = \frac{1}{2}DE$ 、 $BC = \frac{1}{2}EF$ 、 $CA = \frac{1}{2}FD$ でも正解)

$\angle A = \angle D$ 、 $\angle B = \angle E$ 、 $\angle C = \angle F$

(5)

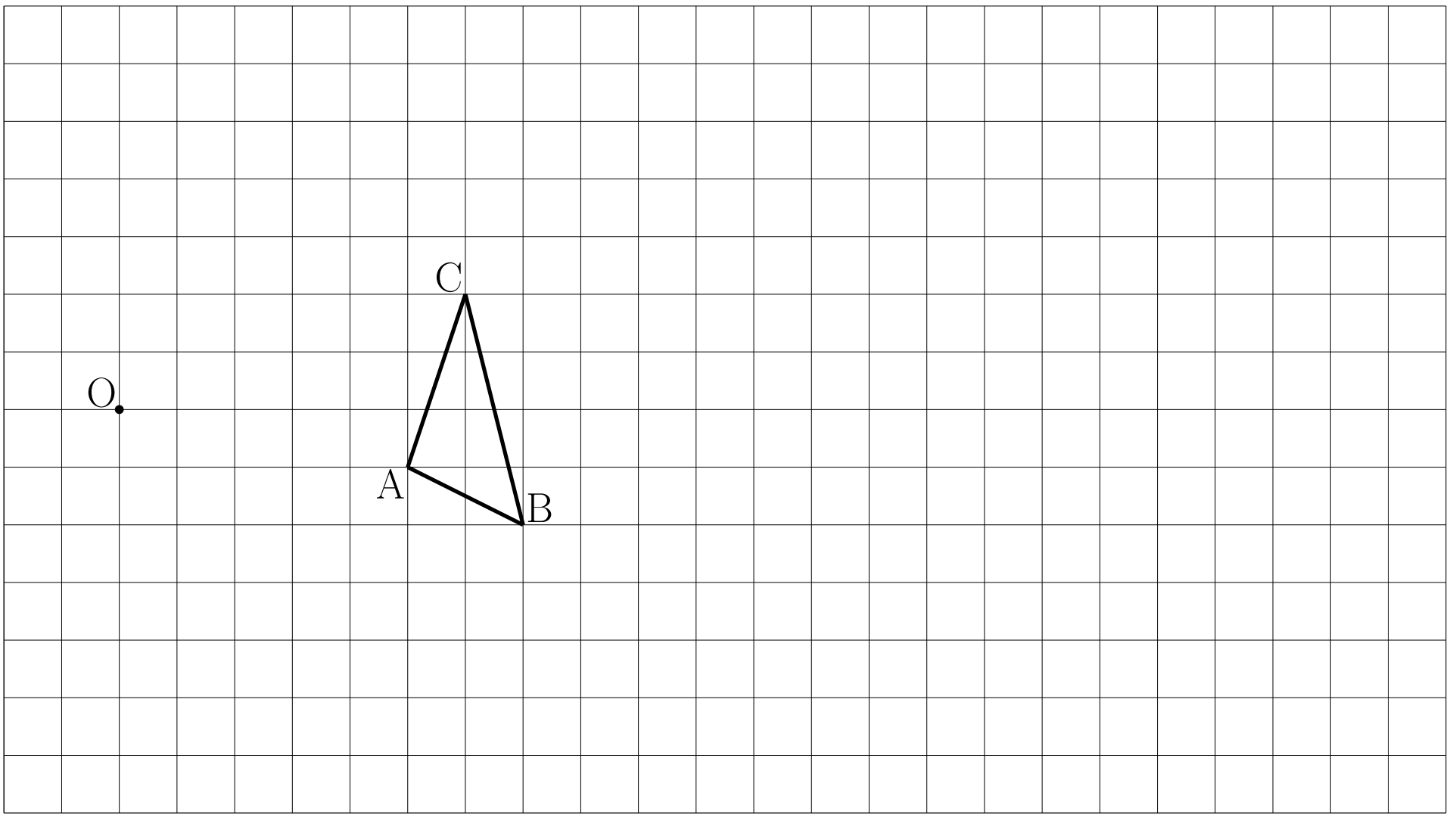
ア、相似の中心

イ、相似の位置

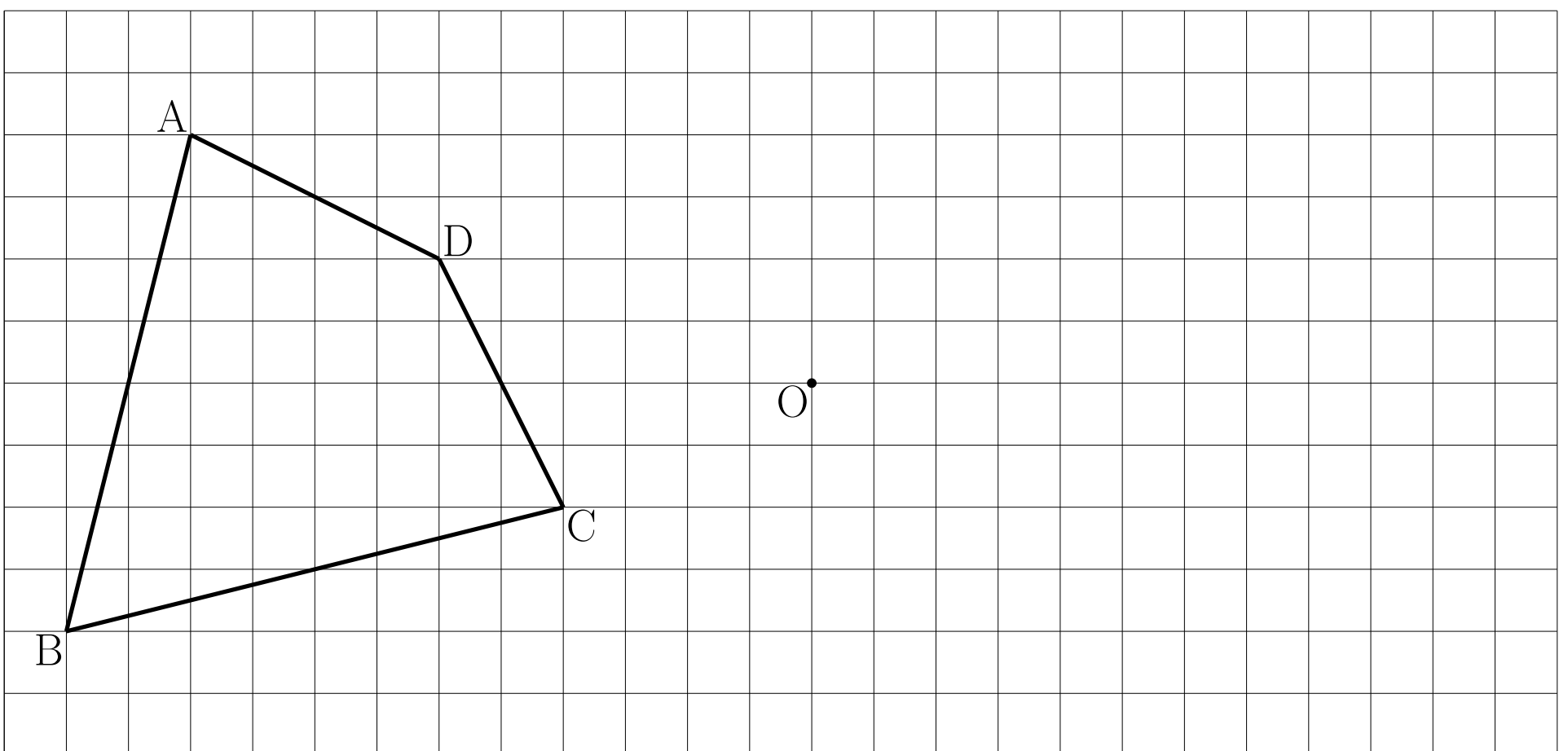
例題 2

例題 2

- ① 点 O を相似の中心とし、 $\triangle ABC$ を 3 倍に拡大した $\triangle DEF$ を下の図に書きなさい。



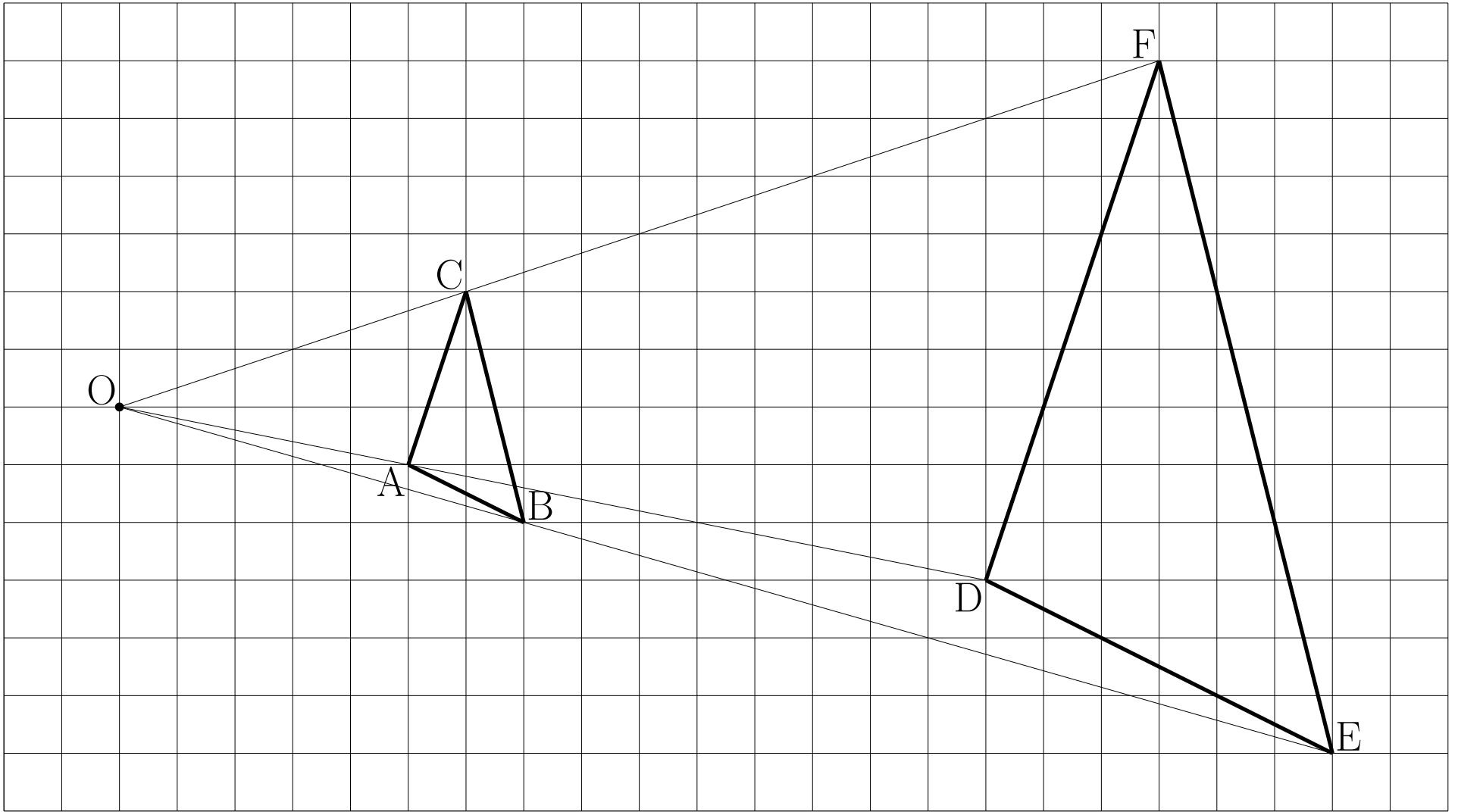
- ② 点 O を相似の中心とし、四角形 $ABCD$ を $\frac{1}{2}$ 倍に縮小した四角形 $EFGH$ を下の図に書きなさい。



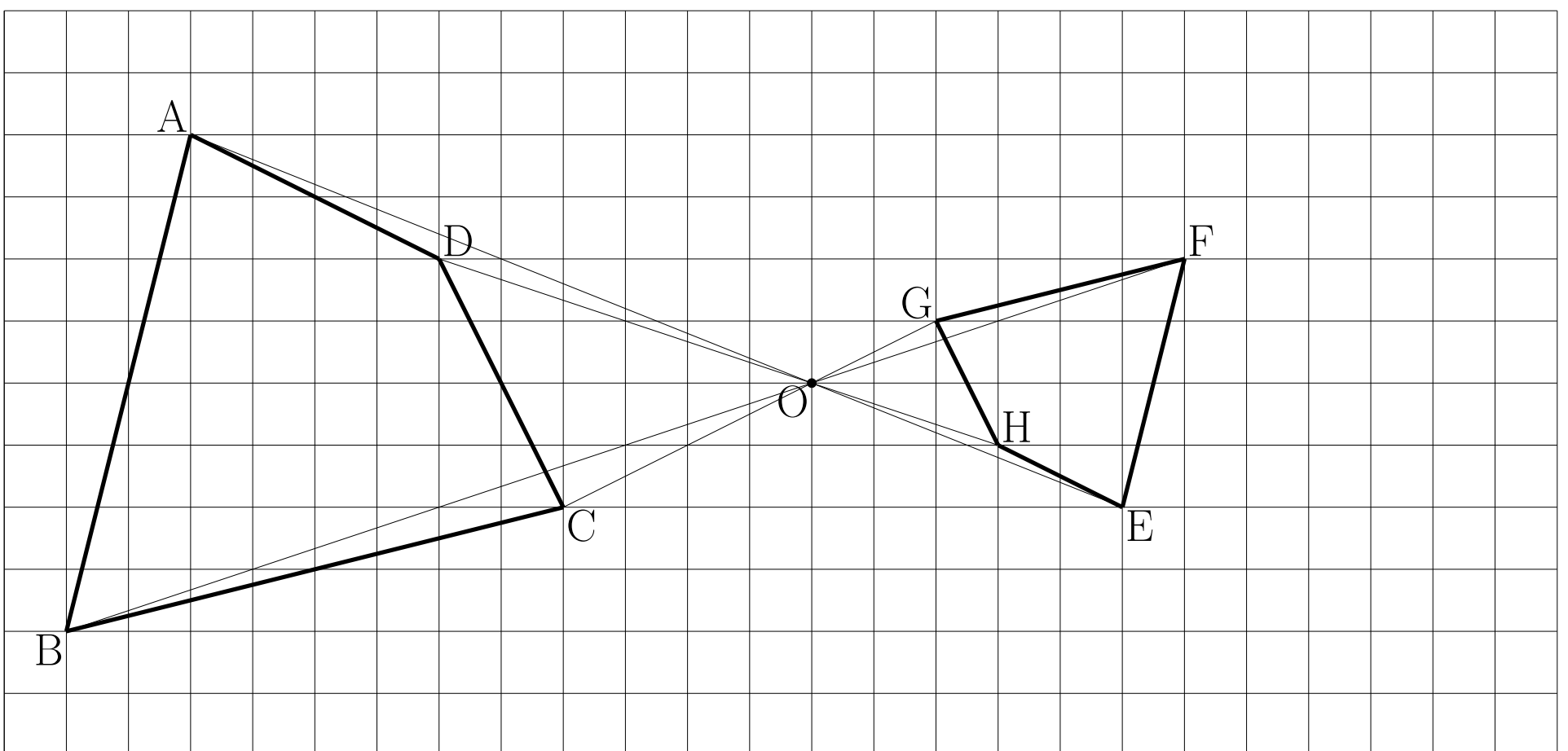
解 2

解 2

①



②



例題 3

例題 3

(1) 次のア、イに当てはまるものを答えなさい。

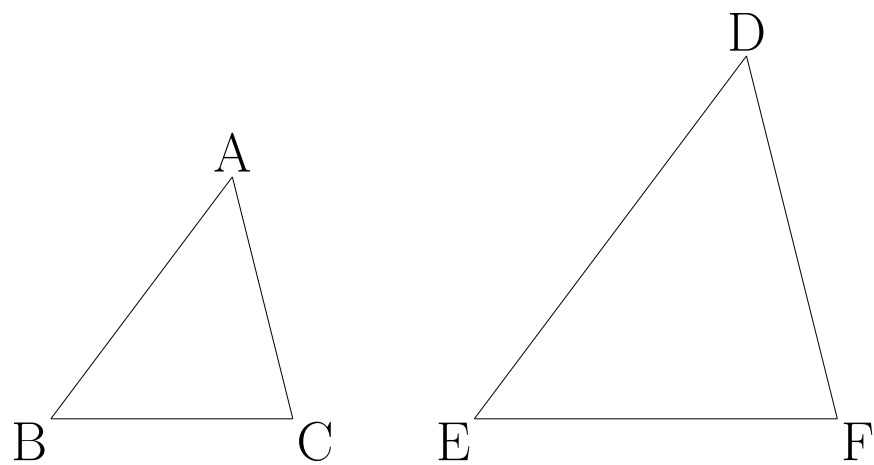
相似な 2 つの多角形で対応する

辺の長さの比をアという。右の

図の△ABC と△DEF は相似であり

BC : EF = 2 : 3 である。このとき

△ABC と△DEF のアはイである。



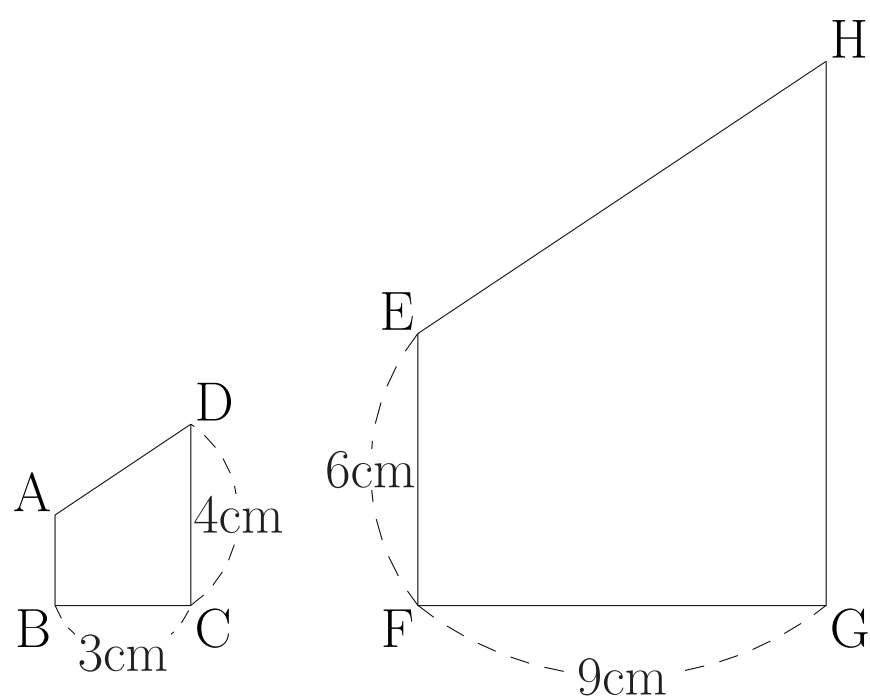
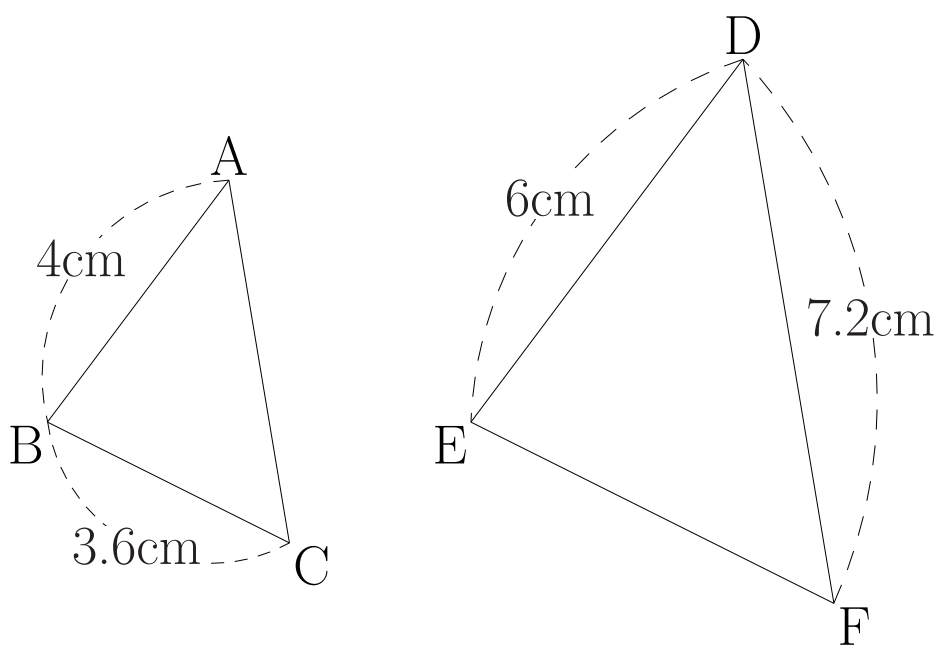
ア、

イ、

(2) 次の図形はそれぞれ相似である。相似比を求めなさい。

① △ABC ∽ △DEF

② 四角形 ABCD ∽ 四角形 EFGH



(3) 次のア、イに当てはまるものを答えなさい。

● 2 つの円は相似で、その相似比はアの比に等しい。

● 合同な図形は相似比がイの相似な図形と考えられる。

ア、

イ、

解 3

解 3

(1)

ア、相似比

イ、 $2 : 3$

(2)

① $2 : 3$

② $1 : 3$

(3)

ア、半径 (*直径でも正解)

イ、 $1 : 1$

解 3

(4)

ア、比の値

イ、 ad

ウ、 bc

(5)

① $x = 4$

④ $x = 20$

② $x = 4$

⑤ $x = 20$

③ $x = 3$

⑥ $x = 15$

例題 3~4

(6) 次のア~カに当てはまるものを答えなさい。

右の図で $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるとき、対応する辺の比について

$$10 : 6 = \text{ア} : \text{イ}$$

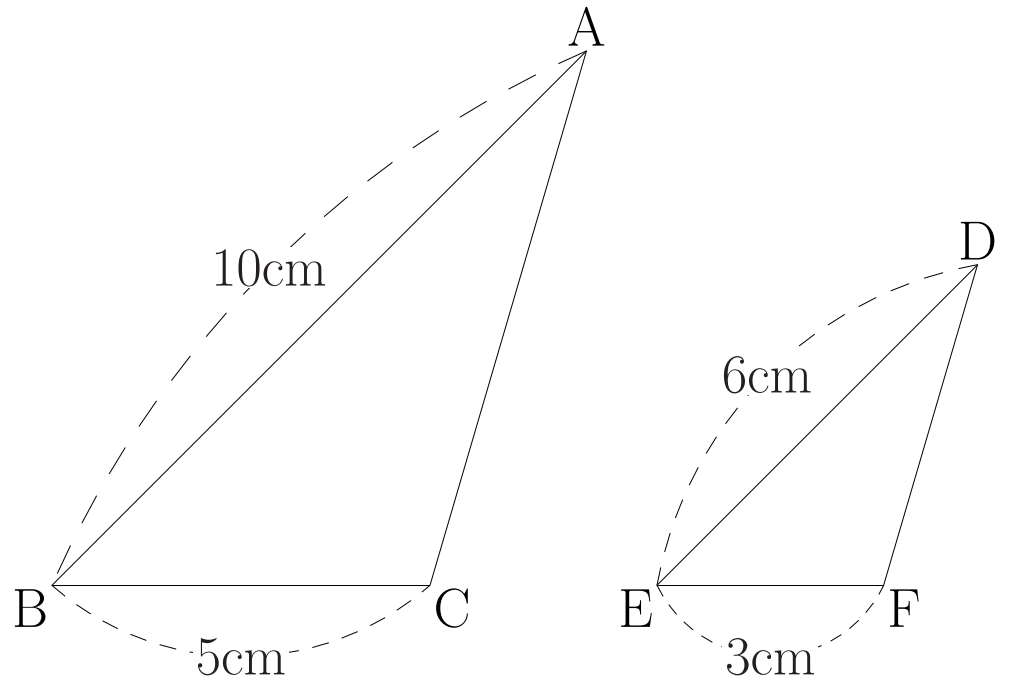
が成り立つ。また、となり合う2辺の比については

$$10 : \text{ウ} = 6 : \text{エ}$$

が成り立つ。一般に次のことも成り立つ。

$$a : b = c : d \text{ ならば } a : c = \text{オ} : \text{カ}$$

ア、 イ、 ウ、 エ、 オ、 カ、



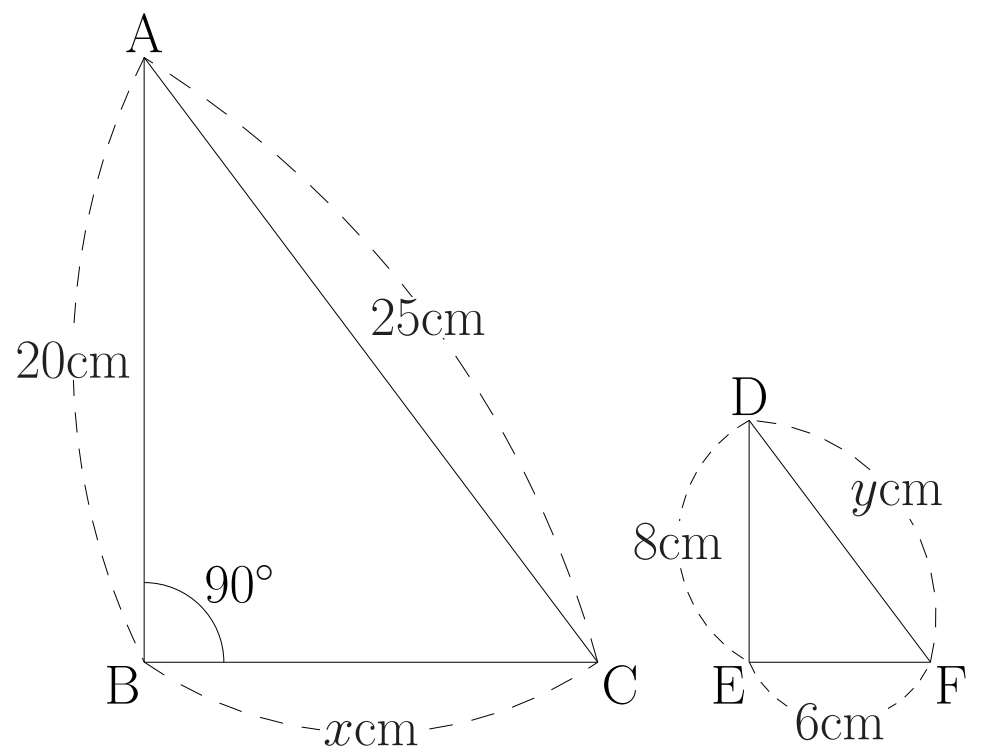
例題 4

(1) 下の図で $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるとき

① $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。

② x 、 y の値を求めなさい。

③ $\angle E$ の大きさを求めなさい。



解 3~4

(6)

ア、5 イ、3 ウ、5 エ、3 オ、 b カ、 d

解 4

(1)

① $5 : 2$

② $x = 15, y = 10$

③ $\angle E = 90^\circ$

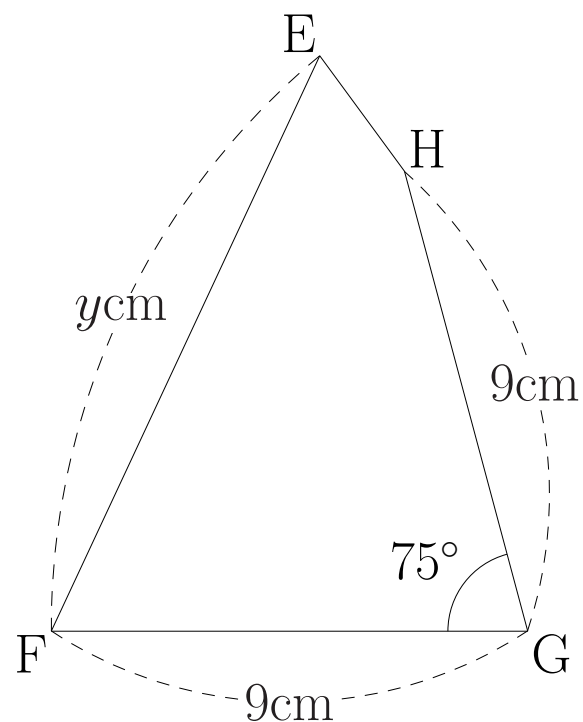
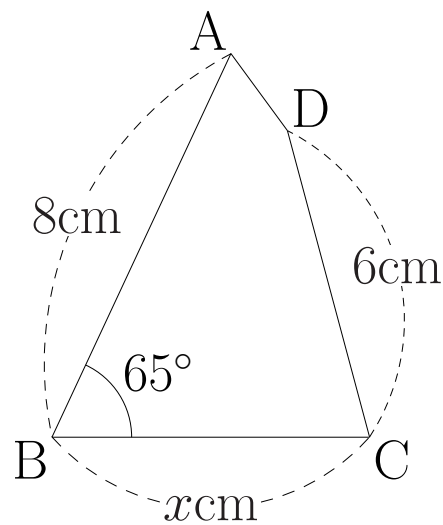
例題 4~5

(2) 下の図で四角形ABCDと四角形EFGHであるとき

① 四角形ABCDと四角形EFGH

の相似比を求めなさい。

② x 、 y の値を求めなさい。

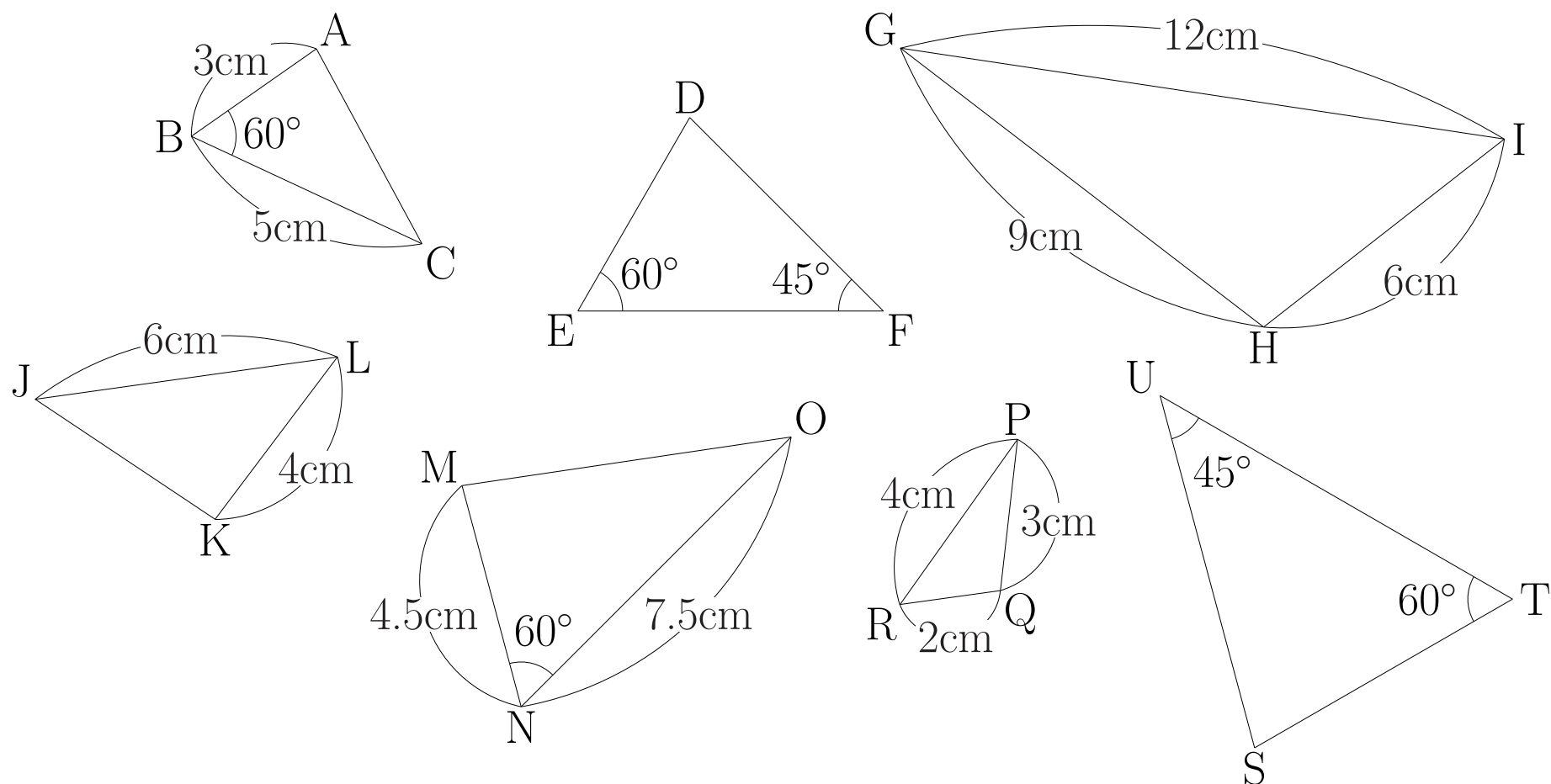


③ $\angle C$ 、 $\angle F$ の大きさを求めなさい。

例題 5

(1) 下の図から相似な三角形の組を記号 \sim を使って表しなさい。

また、そのときに使った相似条件を答えなさい。



解 4~5

(2)

① $2 : 3$

② $x = 6, y = 12$

③ $\angle C = 75^\circ, \angle F = 65^\circ$

解 5

(1)

$\triangle ABC \sim \triangle MNO$ 2組の辺の比が等しく、その間の角が等しい

$\triangle DEF \sim \triangle STU$ 2組の角がそれぞれ等しい

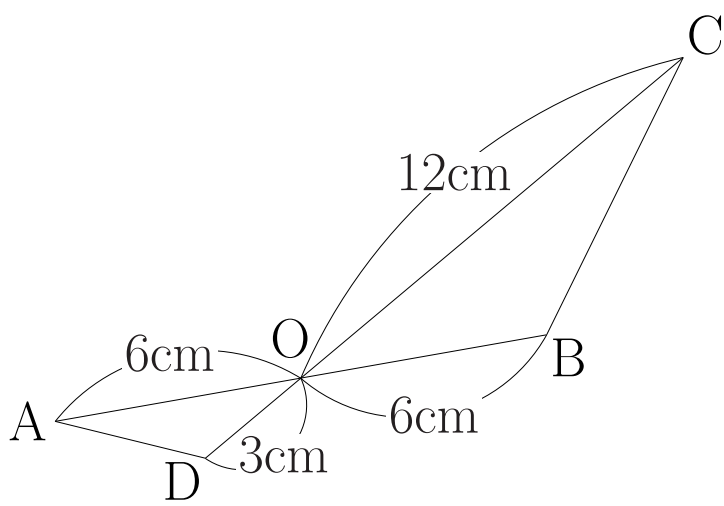
$\triangle GHI \sim \triangle PQR$ 3組の辺の比が等しい

例題 5

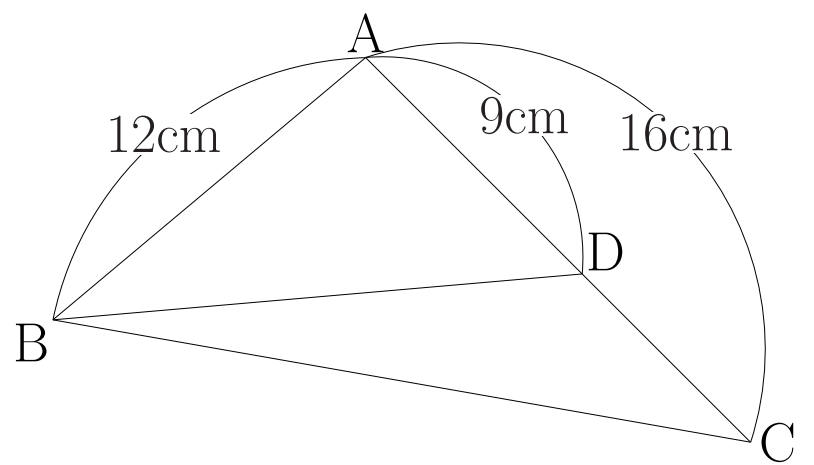
例題 5

(2) 下のそれぞれの図について、相似な三角形を記号 \sim を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を答えなさい。

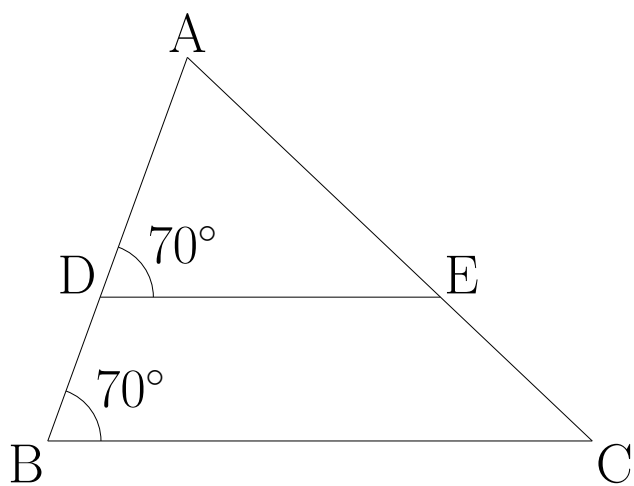
①



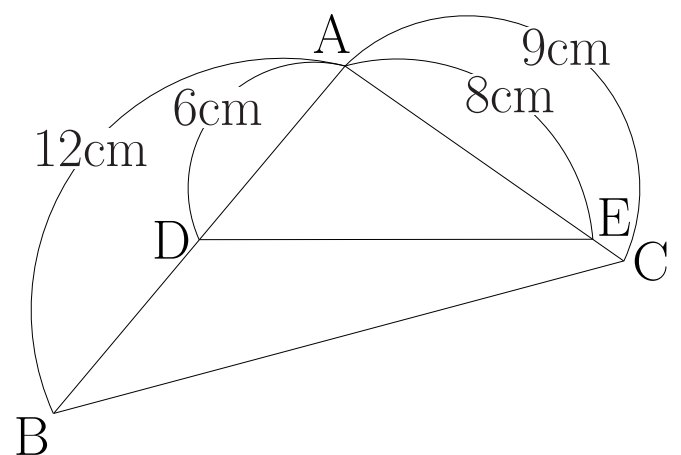
④



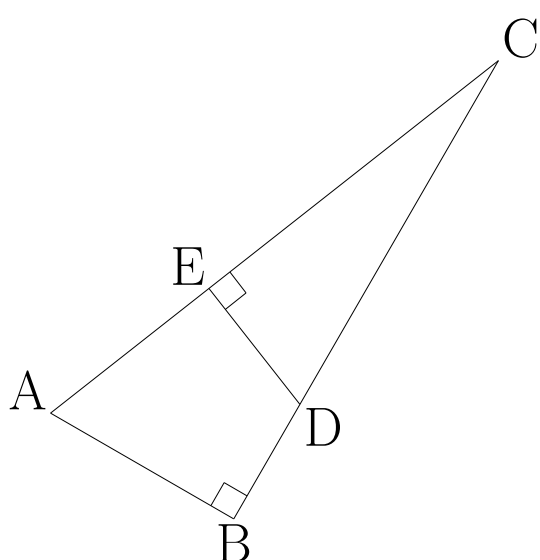
②



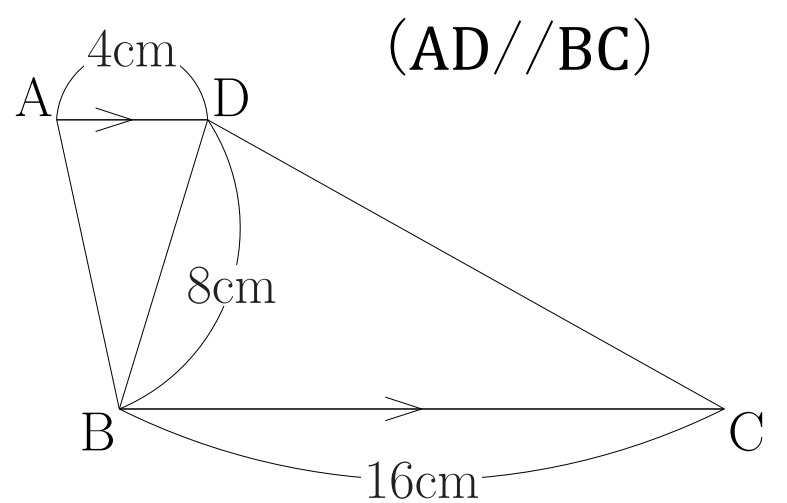
⑤



③



⑥



解 5

解 5

(2)

① $\triangle AOD \sim \triangle COB$

2組の辺の比が等しく、
その間の角が等しい

② $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

2組の角がそれぞれ等しい

③ $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

2組の角がそれぞれ等しい

④ $\triangle ABC \sim \triangle ADB$

2組の辺の比が等しく、
その間の角が等しい

⑤ $\triangle ABC \sim \triangle AED$

2組の辺の比が等しく、
その間の角が等しい

⑥ $\triangle ABD \sim \triangle DCB$

2組の辺の比が等しく、
その間の角が等しい

例題 6

例題 6

- (1) 下の図のように線分 AB と CD が点 O で交わり $\angle B = \angle C$ であるとき、 $\triangle AOC$ と $\triangle DOB$ が相似であることを次のように証明した。

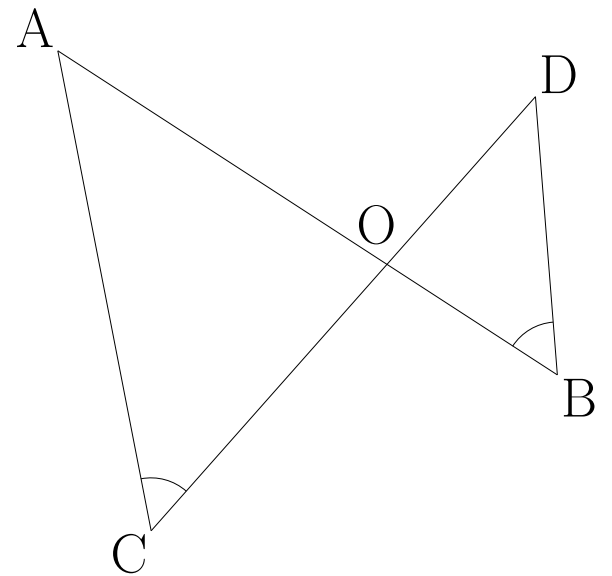
\square ア \sim \square ウに当てはまるものを答えなさい。

$\triangle AOC$ と $\triangle DOB$ において

仮定より $\angle C = \angle B \cdots \textcircled{1}$

\square アは等しいから $\angle AOC = \angle \square$ イ $\cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より \square ウので $\triangle AOC \sim \triangle DOB$



ア、 イ、 ウ、

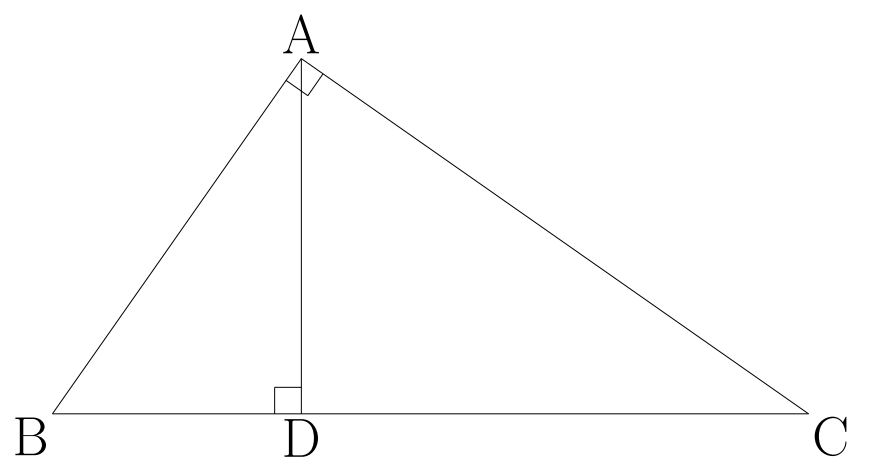
- (2) 下の図のように $\angle BAC$ が直角である $\triangle ABC$ で、頂点 A から辺 BC に引いた垂線と BC との交点を D とするとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle DBA$ が相似であることを次のように証明した。 \square ア \sim \square ウに当てはまるものを答えなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle DBA$ において

仮定より $\angle BAC = \angle \square$ ア $\cdots \textcircled{1}$

$\angle \square$ イは共通 $\cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より \square ウので $\triangle ABC \sim \triangle DBA$



ア、 イ、 ウ、

解 6

解 6

(1)

ア、対頂角

イ、DOB

ウ、2組の角がそれぞれ等しい

(2)

ア、BDA

イ、B

ウ、2組の角がそれぞれ等しい

例題 6

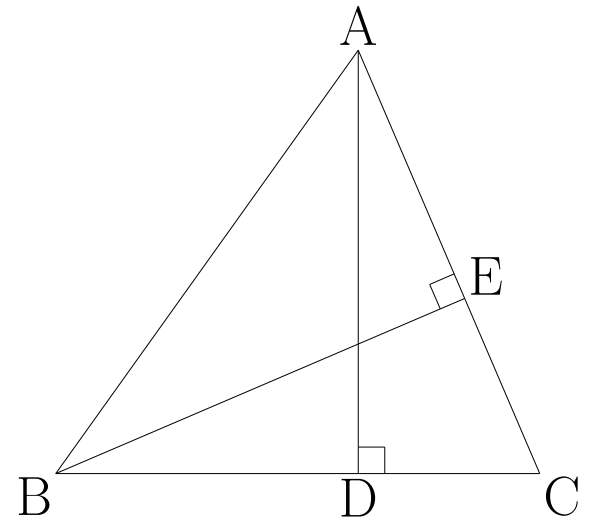
(3) 下の図のように $\triangle ABC$ で点A、Bから辺BC、ACにそれぞれ垂線をひき、それらの交点をD、Eとするとき、 $\triangle ADC$ と $\triangle BEC$ が相似になることを次のように証明した。 \square ア \sim ウに当てはまるものを答えなさい。

$\triangle ADC$ と $\triangle BEC$ において

仮定より $\angle ADC = \angle$ \square ア \dots ①

\angle \square イは共通 \dots ②

①、②よりウから $\triangle ADC \sim \triangle BEC$



ア、 イ、 ウ、

(4) 下の図のように円Oの内部にある点Pを通るように2つの弦AB、CDをひくとき、 $\triangle APC$ と $\triangle DPB$ が相似になることを次のように証明した。 \square ア \sim ウに当てはまるものを答えなさい。

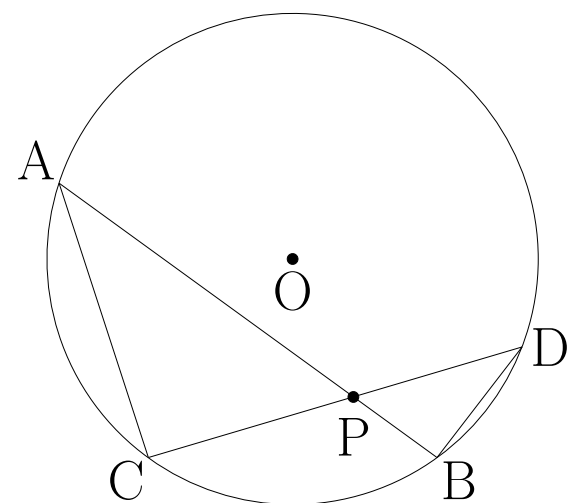
\widehat{AD} に対する円周角は等しいから

$\angle ACP = \angle$ \square ア \dots ①

対頂角は等しいから

$\angle APC = \angle$ \square イ \dots ②

①、②よりウから $\triangle APC \sim \triangle DPB$



ア、 イ、 ウ、

解 6

(3)

ア、BEC

イ、C

ウ、2組の角がそれぞれ等しい

(4)

ア、DBP

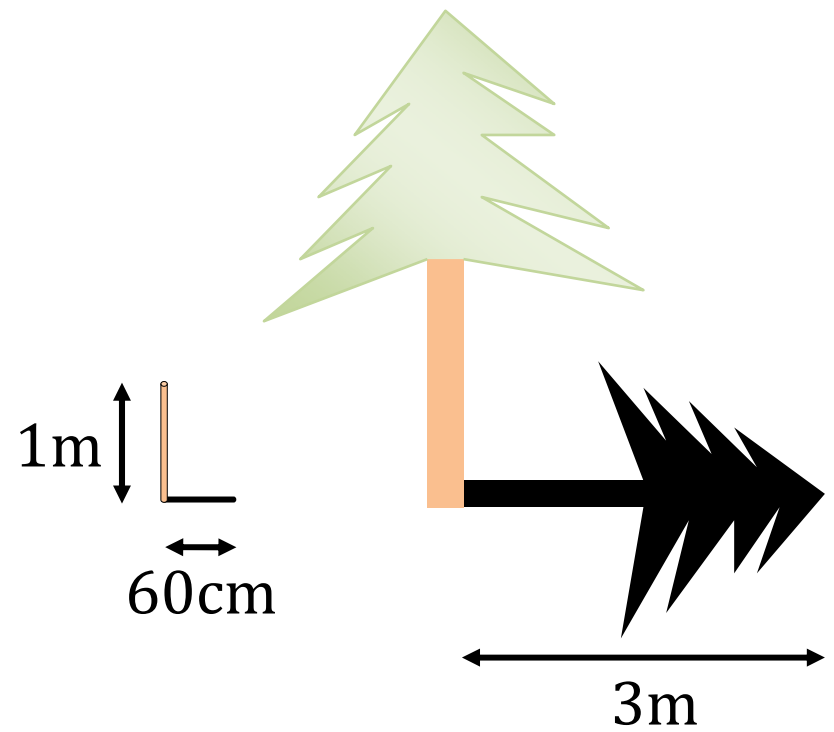
イ、DPB

ウ、2組の角がそれぞれ等しい

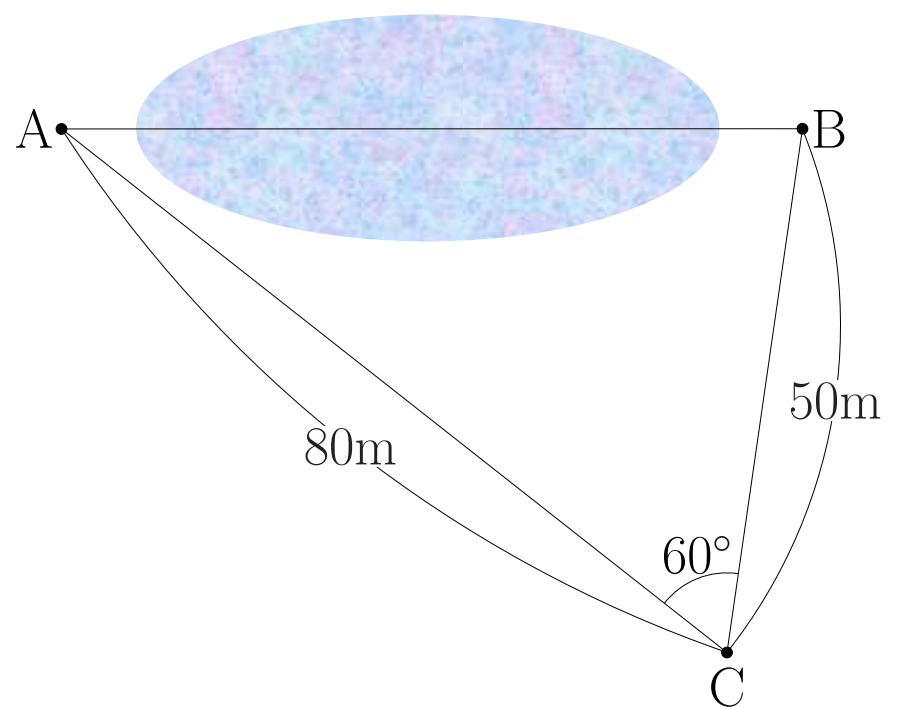
例題 7

例題 7

- (1) 右の図のように長さ 1m の棒の影の長さが60cmのとき、木の影の長さは3mであった。このとき、木の高さを求めなさい。



- (2) 池をはさむ 2 地点 A、B 間の距離を求めるため、2 地点を見渡せる C 地点を決め、AC、BC 間の距離と $\angle C$ の大きさを測ったところ右の図のようになった。 $\triangle ABC$ の縮図を書き、それを利用して AB 間のおよその距離を求めなさい。



解 7

解 7

(1) 5m

(2) およそ 70m

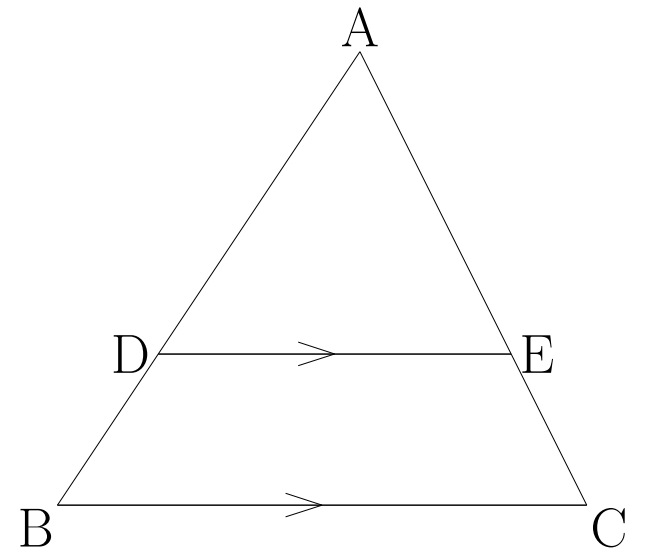
例題 8

例題 8

(1) $\triangle ABC$ で AB 、 AC 上に $BC \parallel DE$ となる点 D 、 E をとるとき

① $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ となることを証明

しなさい。

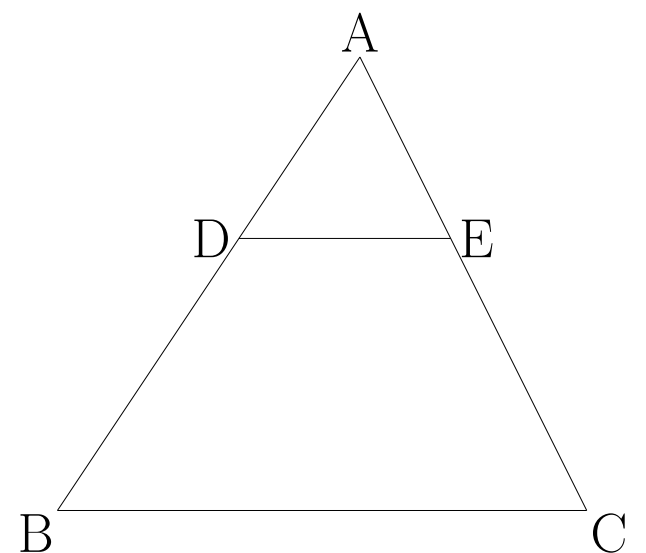


② $AD : AB$ と等しい比となる辺の組をすべて答えなさい。

(2) $\triangle ABC$ で AB 、 AC 上に $AD : AB = AE : AC$ となる点 D 、 E をとるとき

① $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ となることを証明

しなさい。



② ①の結果を利用して、 $BC \parallel DE$ となることを証明しなさい。

解 8

解 8

(1)

①

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ において

仮定より $BC \parallel DE$ だから同位角が等しく

$$\angle ABC = \angle ADE \cdots \textcircled{1}, \quad \angle ACB = \angle AED \cdots \textcircled{2}$$

①、②より 2 組の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

② $DE : BC, AE : AC$

(2)

①

$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ において

仮定より $AD : AB = AE : AC \cdots \textcircled{1}$

$\angle A$ は共通 $\cdots \textcircled{2}$

①、②より 2 組の辺の比が等しく、その間の角が等しいので

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

②

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ より $\angle ADE = \angle ABC$

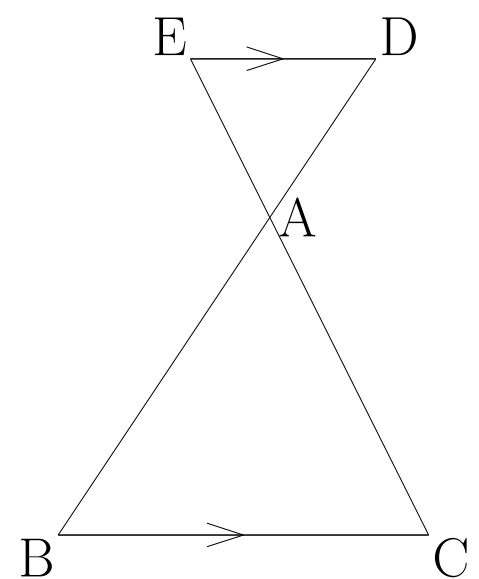
よって、同位角が等しいので $BC \parallel DE$

例題 8

例題 8

(3) $\triangle ABC$ で BA 、 CA の延長上に $BC \parallel ED$ となる点 D 、 E をとるとき

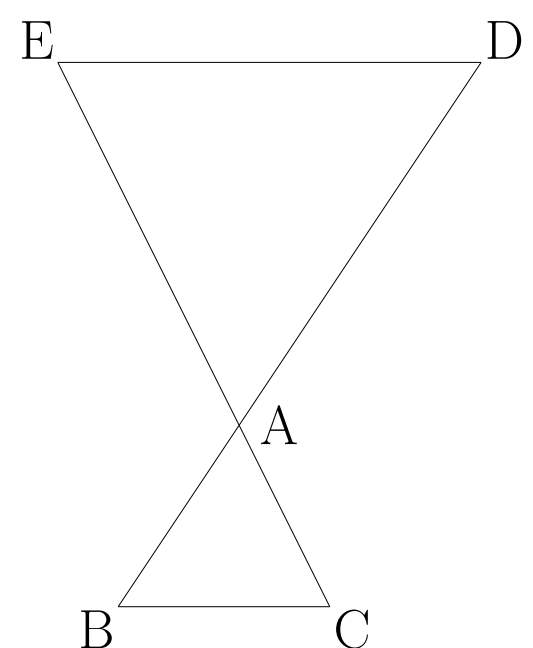
① $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ となることを証明
しなさい。



② $AD : AB$ と等しい比となる辺の組をすべて答えなさい。

(4) $\triangle ABC$ で BA 、 CA の延長上に $AD : AB = AE : AC$ となる点 D 、 E をとるとき

① $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ となることを証明
しなさい。



② ①の結果を利用して、 $BC \parallel ED$ となることを証明しなさい。

解 8

解 8

(3)

①

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ において

仮定より $BC \parallel ED$ だから錯角が等しく

$$\angle ABC = \angle ADE \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ACB = \angle AED \cdots \textcircled{2}$$

①、②より 2 組の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

$$\textcircled{2} \quad AE : AC, DE : BC$$

(4)

①

$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ において

$$\text{仮定より } AD : AB = AE : AC \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{対頂角は等しいから } \angle DAE = \angle BAC \cdots \textcircled{2}$$

①、②より 2 組の辺の比が等しく、その間の角が等しいから

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

②

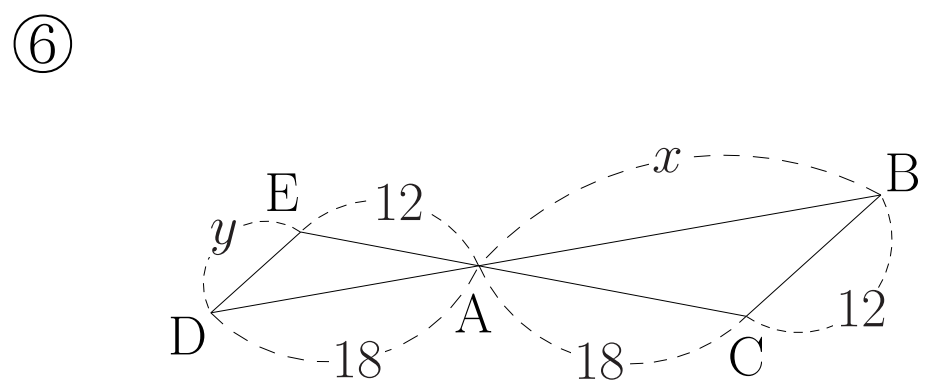
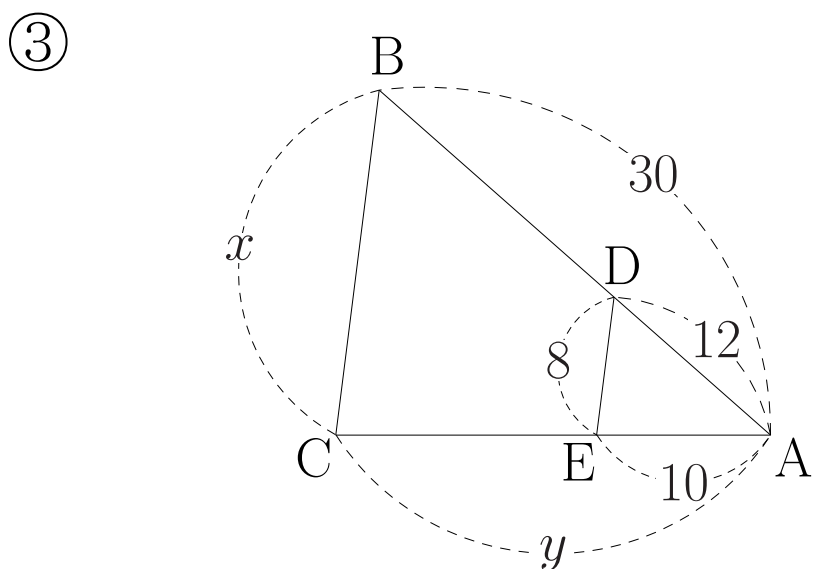
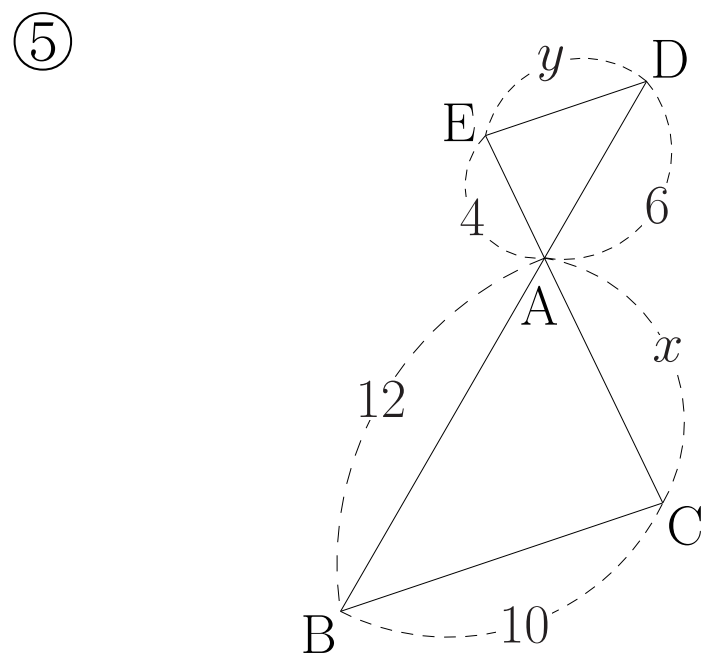
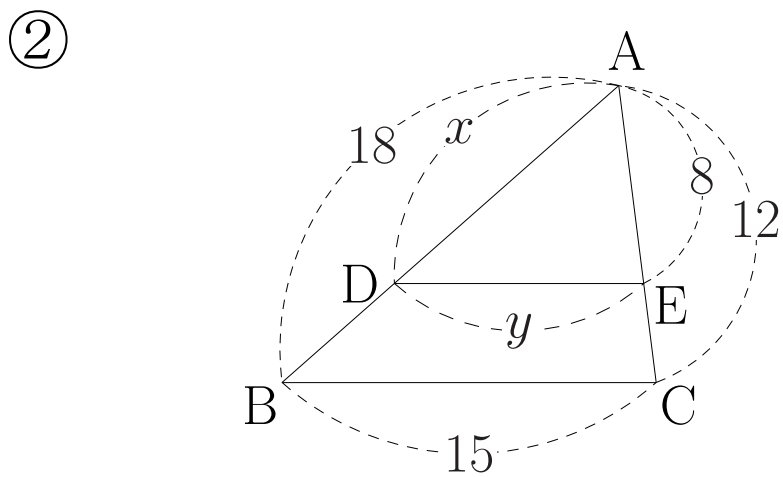
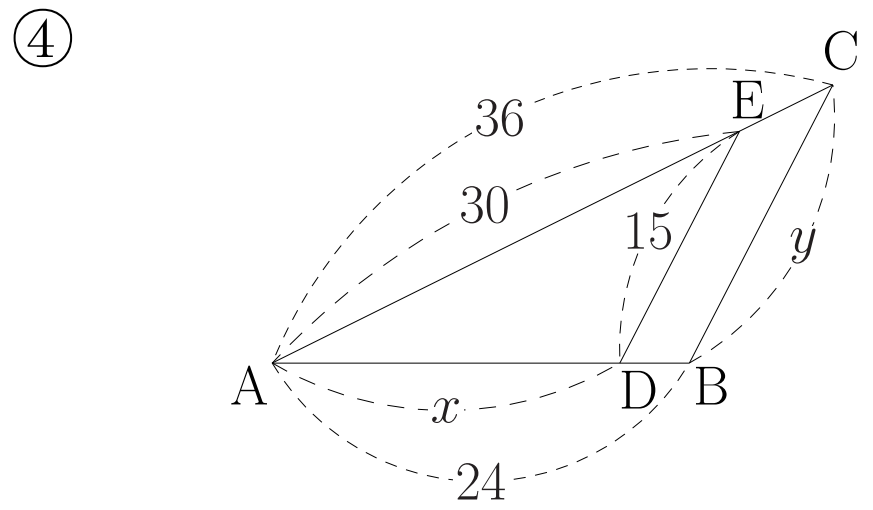
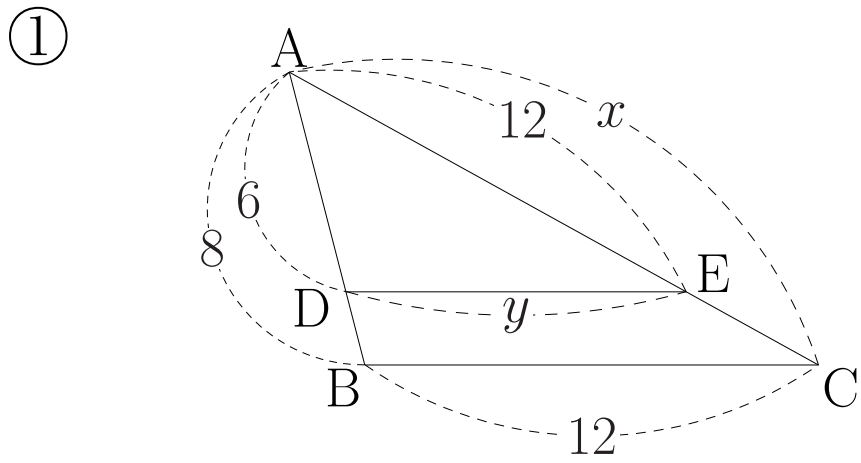
$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \text{ より } \angle AED = \angle ACB$$

よって、錯角が等しいから $BC \parallel ED$

例題 8

例題 8

(5) 下の図で $DE \parallel BC$ であるとき x 、 y の値を求めなさい。



解 8

解 8

(5)

① $x = 16, y = 9$

④ $x = 20, y = 18$

② $x = 12, y = 10$

⑤ $x = 8, y = 5$

③ $x = 20, y = 25$

⑥ $x = 27, y = 8$

例題 9

例題 9

- (1) $\triangle ABC$ の AB 、 AC 上に $AD : DB = AE : EC$ となる点 D 、 E をとると $DE // BC$ となることを次のように証明した。 \square ア \sim オに当てはまるものを答えなさい。

点 B を通り AC に平行な直線と、 ED を延長した直線との交点を F とする。

$\triangle ADE$ と $\triangle BDF$ において

仮定より $FB // AC \dots \textcircled{1}$

①より錯角が等しいので

$$\angle AED = \angle \square \text{ア} \dots \textcircled{2}$$

$$\angle EAD = \angle \square \text{イ} \dots \textcircled{3}$$

②、③より \square ウから $\triangle ADE \sim \triangle BDF$

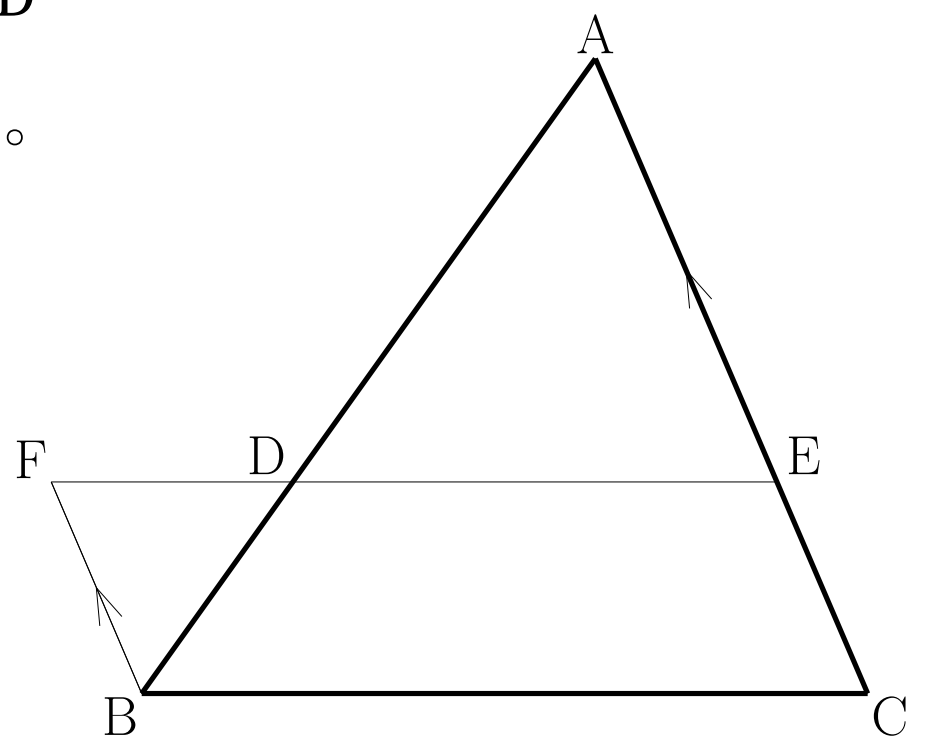
$$\text{よって、} AD : BD = EA : \square \text{エ} \dots \textcircled{4}$$

仮定より $AD : DB = AE : EC \dots \textcircled{5}$

$$\textcircled{4}、\textcircled{5} \text{より} \square \text{エ} = EC \dots \textcircled{6}$$

①、⑥より四角形 $FBCE$ は \square オから平行四辺形である。

したがって、 $DE // BC$



ア、 イ、 ウ、

エ、 オ、

解 9

解 9

(1)

ア、BFD

イ、FBD

ウ、2組の角がそれぞれ等しい

エ、FB

オ、1組の対辺が平行でその長さが等しい

例題 9

例題 9

- (2) $\triangle ABC$ の AB 、 AC 上に $DE \parallel BC$ となるような点 D 、 E をとると $AD : DB = AE : EC$ となることを次のように証明した。 \square ア \sim オに当てはまるものを答えなさい。

点 D を通り AC に平行な直線と BC との交点を F とする。

$\triangle ADE$ と $\triangle DBF$ において

仮定より $DE \parallel BC \cdots$ ①、 $DF \parallel AC \cdots$ ②

①、②より同位角が等しいから

$$\angle ADE = \angle \square \text{ア} \cdots \text{③}$$

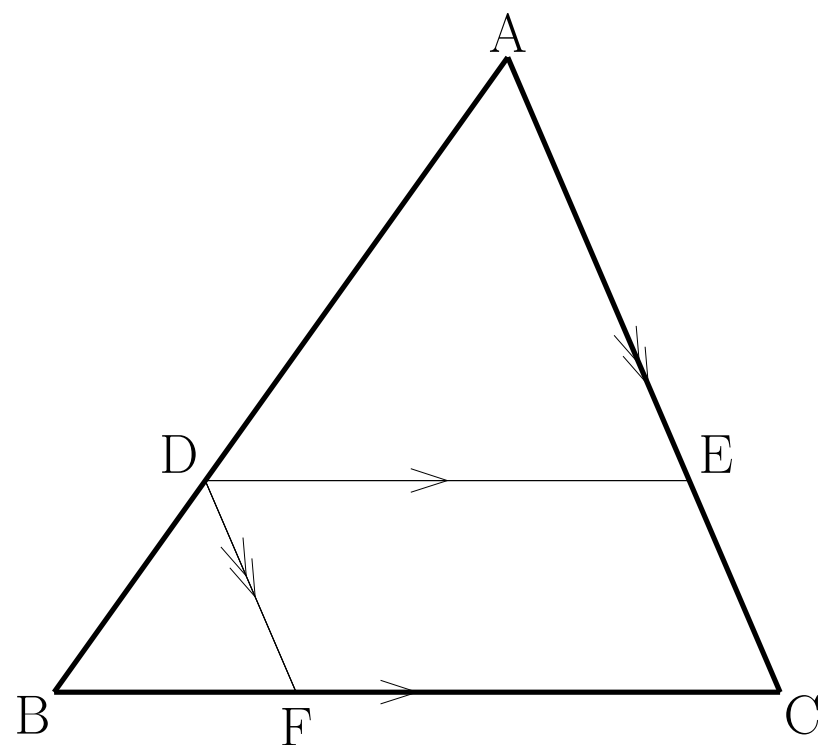
$$\angle \square \text{イ} = \angle FDB \cdots \text{④}$$

③、④より \square ウから $\triangle ADE \sim \triangle DBF$

よって、 $AD : DB = AE : DF \cdots$ ⑤

①、②より四角形 $DFCE$ は \square エだから $DF = \square$ オ \cdots ⑥

⑤、⑥より $AD : DB = AE : EC$



ア、

イ、

ウ、

エ、

オ、

解 9

解 9

(2)

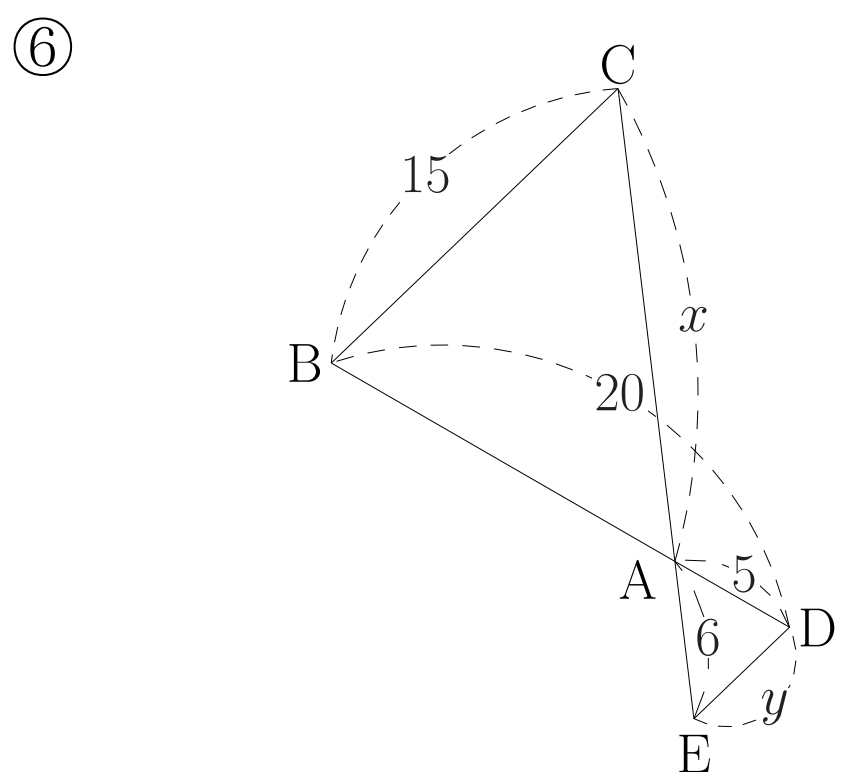
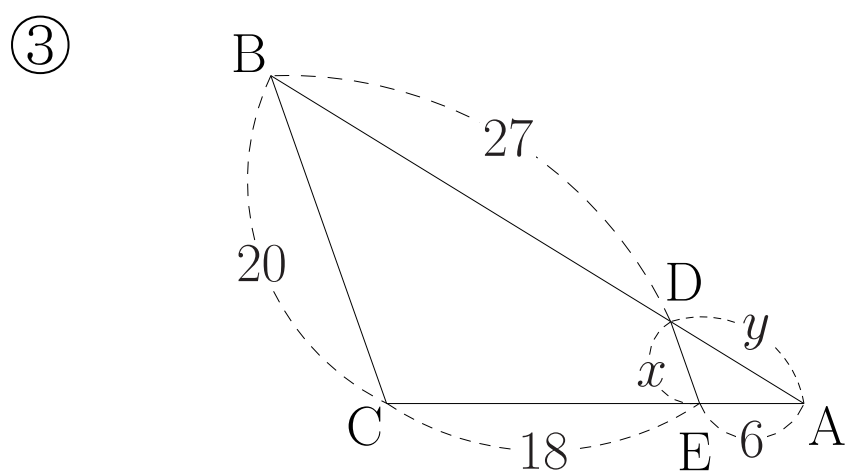
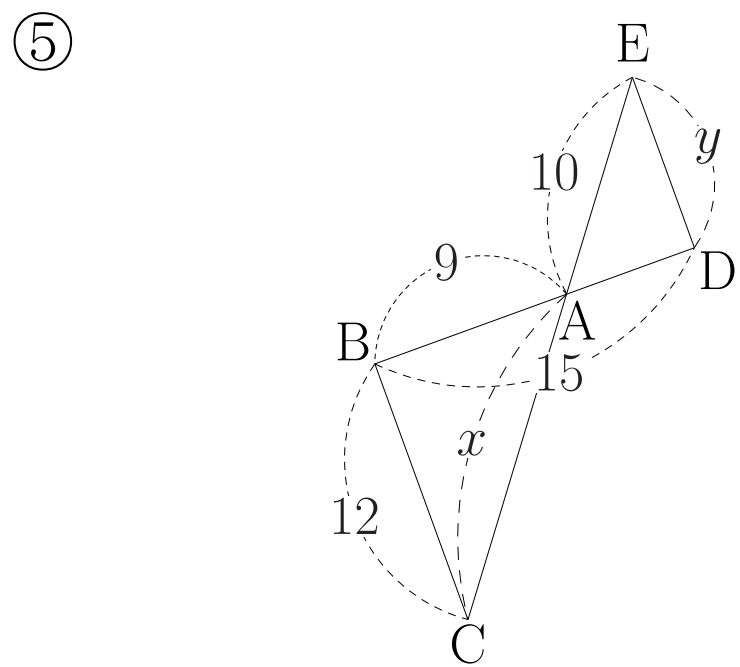
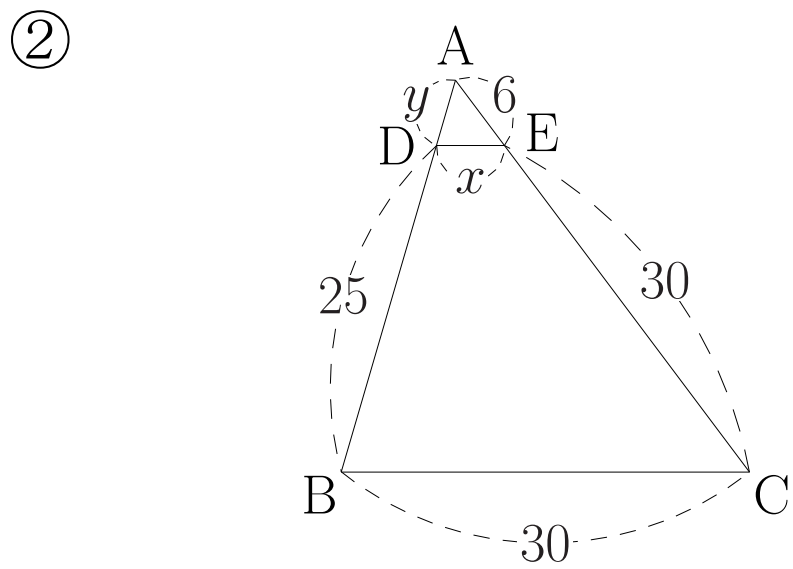
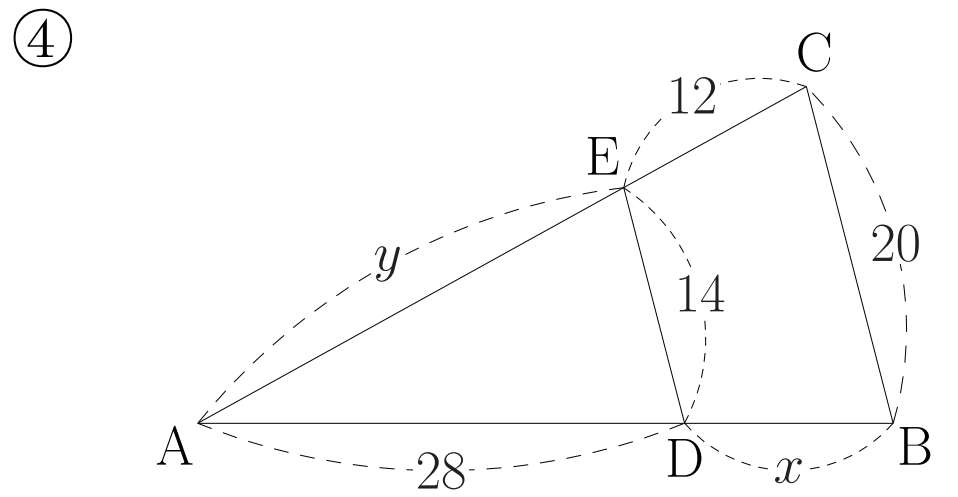
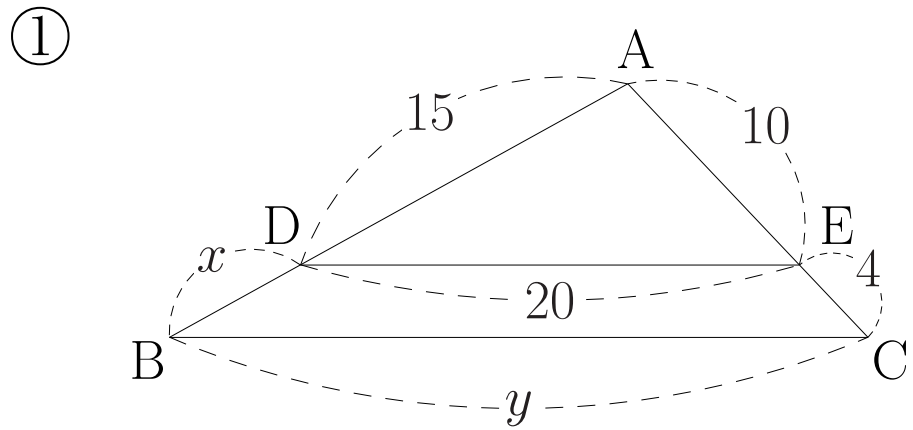
ア、DBF イ、EAD ウ、2組の角がそれぞれ等しい

エ、平行四辺形 オ、EC

例題 9

例題 9

(3) 下の図で $BC \parallel DE$ であるとき x 、 y の値を求めなさい。



解 9

解 9

(3)

① $x = 6, y = 28$

④ $x = 12, y = 28$

② $x = 5, y = 5$

⑤ $x = 15, y = 8$

③ $x = 5, y = 9$

⑥ $x = 18, y = 5$

例題 10

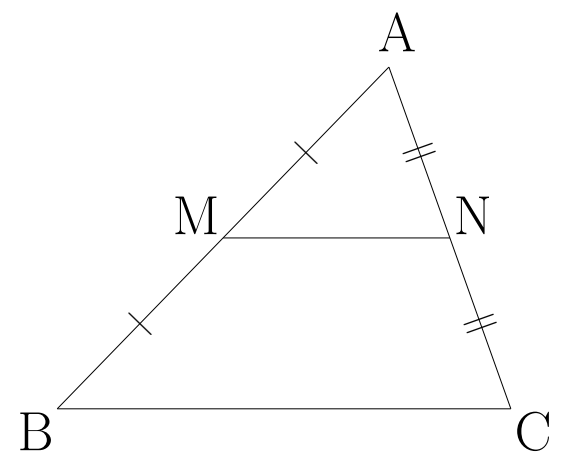
例題 10

(1) 次のア、イに当てはまるものを答えなさい。

$\triangle ABC$ の辺 AB 、 AC の中点をそれぞれ M 、 N とすると次の関係が成り立つ。

$$MN \parallel \text{ア}$$

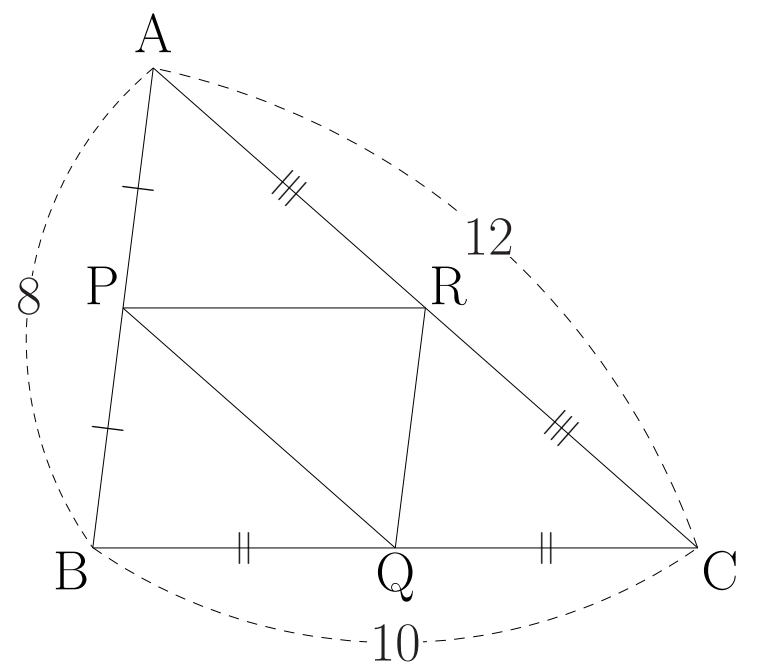
$$MN = \text{イ}$$



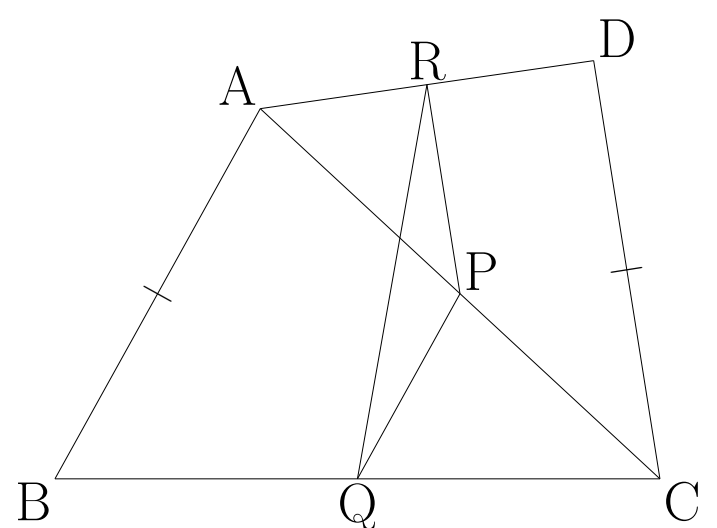
ア、

イ、

(2) 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 AB 、 BC 、 CA の中点をそれぞれ P 、 Q 、 R とするとき、 $\triangle PQR$ の周の長さを求めなさい。



(3) 右の図のように $AB = CD$ である四角形 $ABCD$ の AC 、 BC 、 DA の中点をそれぞれ P 、 Q 、 R とするとき、 $\triangle PQR$ はどんな三角形になるか。



解 10

解 10

(1)

ア、BC

イ、 $\frac{1}{2}BC$

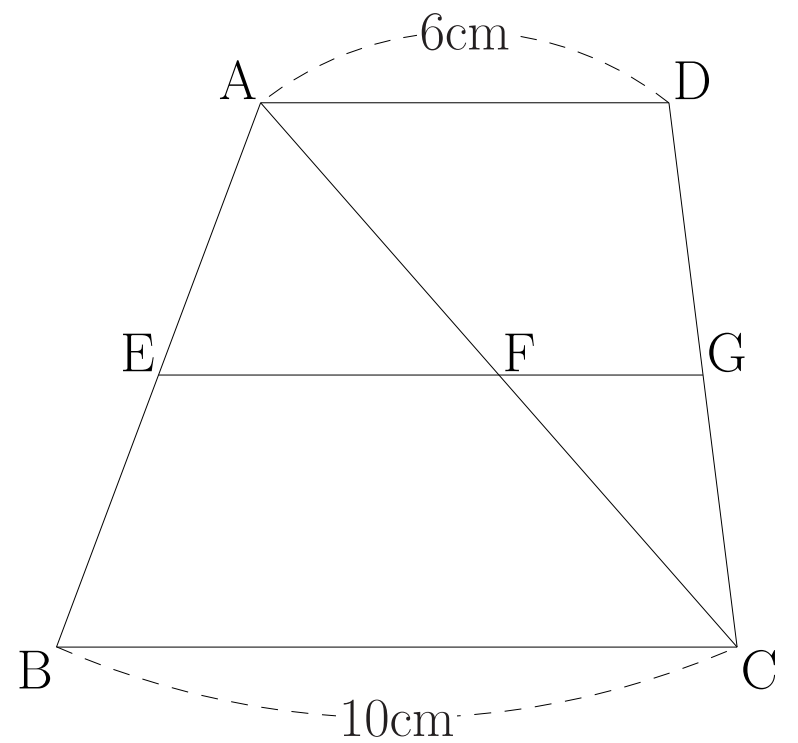
(2) 15

(3) 二等辺三角形

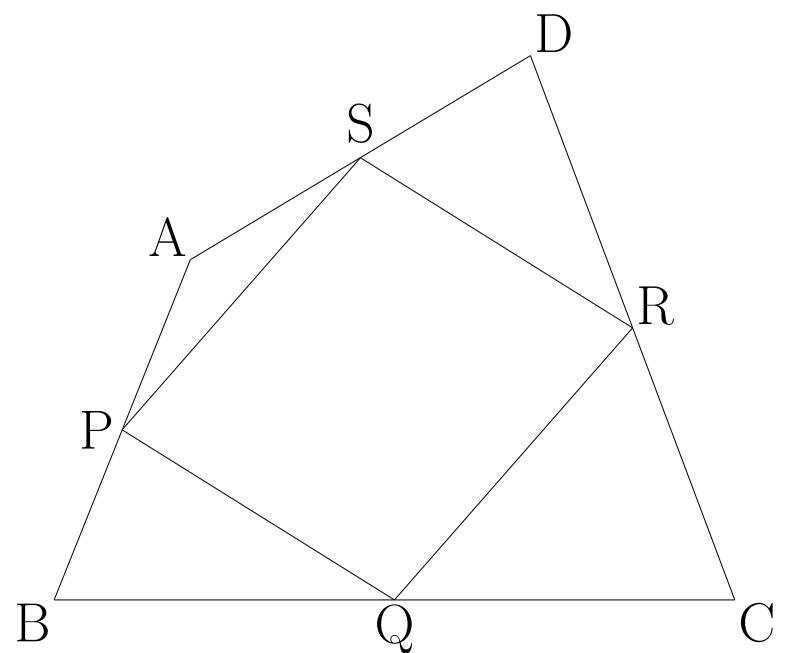
例題 10

例題 10

(4) 右の図の四角形 $ABCD$ は $AD \parallel BC$ の台形である。辺 AB の中点 E から辺 BC との平行な線を引き、辺 AC 、 DC との交点をそれぞれ F 、 G とする。このとき EF 、 FG の長さをそれぞれ求めなさい。



(5) 四角形 $ABCD$ の辺 AB 、 BC 、 CD 、 DA の中点をそれぞれ P 、 Q 、 R 、 S とするとき、四角形 $PQRS$ は平行四辺形であることを証明しなさい。



解 10

解 10

(4) $EF = 5\text{cm}$ 、 $FG = 3\text{cm}$

(5)

四角形 ABCD の対角線 AC をひく。

$\triangle ABC$ において、仮定より点 P、Q はそれぞれ AB、BC の中点だから

$$AC // PQ \cdots \textcircled{1}, \quad AC = 2PQ \cdots \textcircled{2}$$

同様に $\triangle ADC$ において

$$AC // SR \cdots \textcircled{3}, \quad AC = 2SR \cdots \textcircled{4}$$

①、②、③、④より四角形 PQRS は

1 組の対辺が平行でその長さが等しいから平行四辺形である。

例題 11

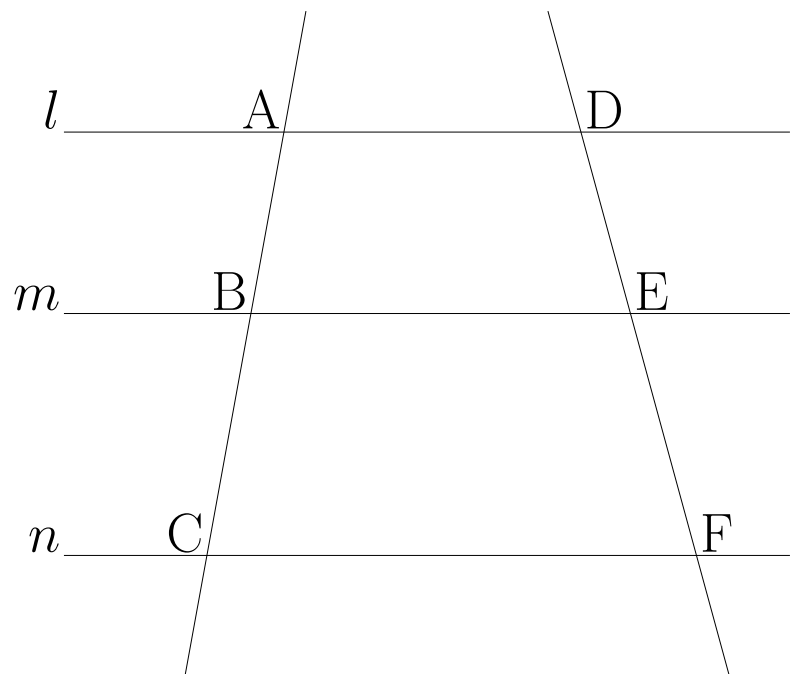
例題 11

(1) $\square{\text{ア}}$ と $\square{\text{イ}}$ に当てはまるものを答えなさい。

右の図で $l//m//n$ であるとき

$$AB : BC = \square{\text{ア}} : \square{\text{イ}}$$

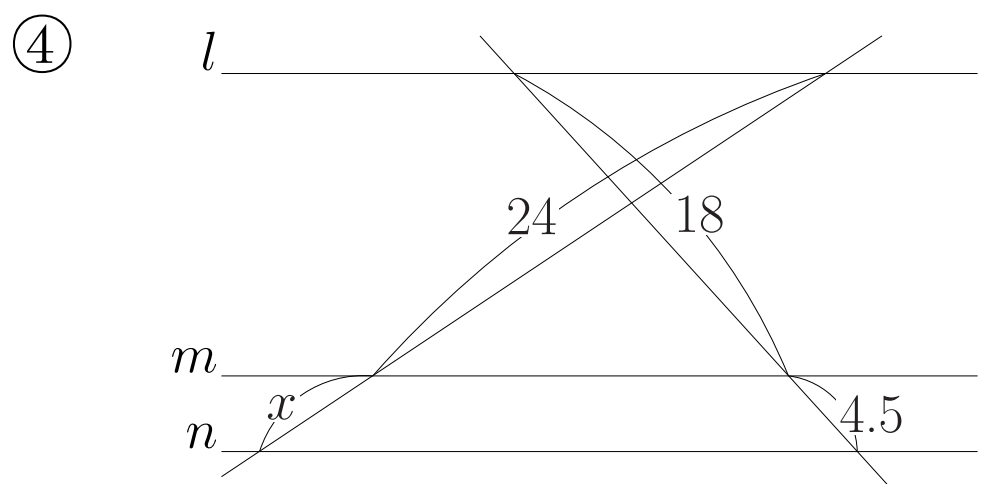
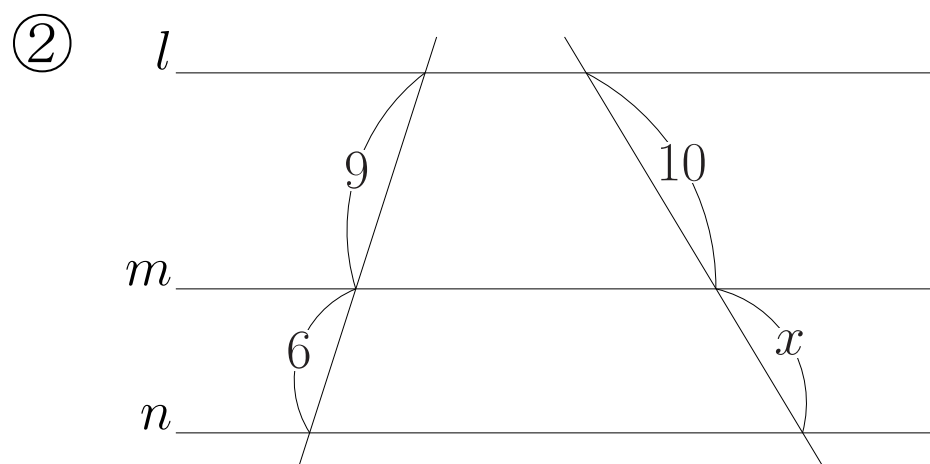
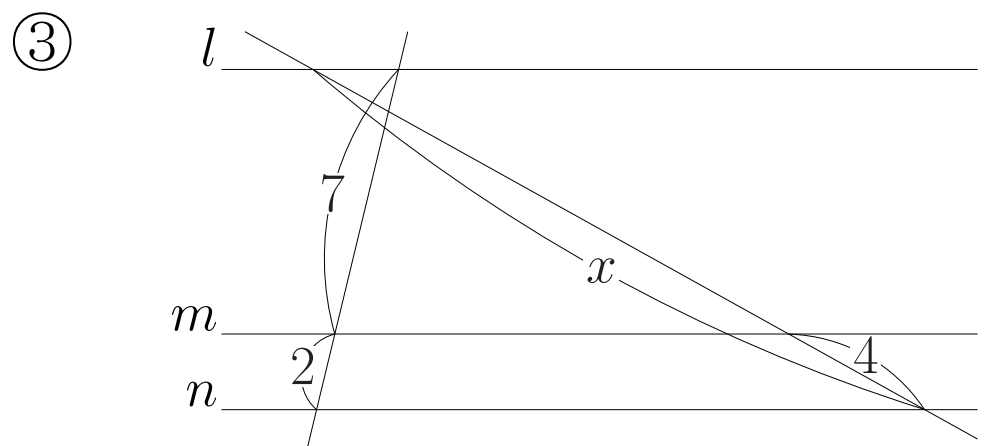
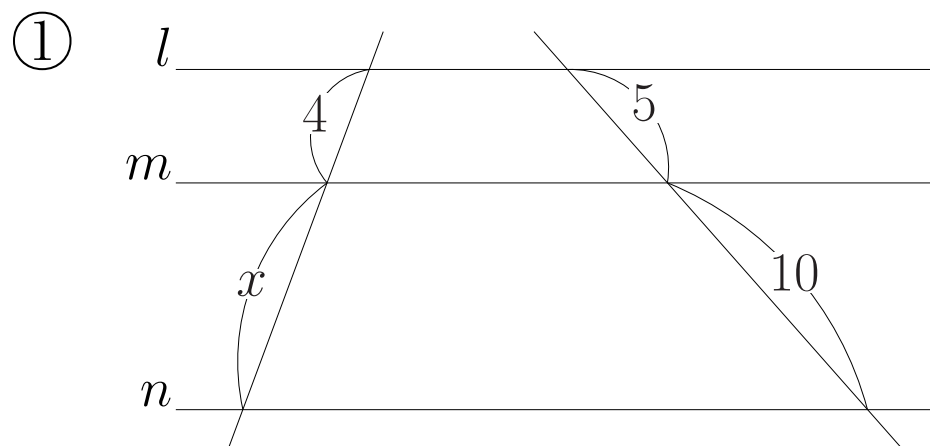
が成り立つ。



ア、

イ、

(2) 下の図で $l//m//n$ であるとき、 x の値を求めなさい。



解 11

解 11

(1)

ア、DE

イ、EF

(2)

① $x = 8$

③ $x = 18$

② $x = \frac{20}{3}$

④ $x = 6$

例題 12

例題 12

$\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とすると

$$AB : AC = BD : CD$$

が成り立つことを次のように証明した。 \square ア \sim \square オに当てはまるものを答えなさい。

点 C を通り AD と平行な直線と、 BA を延長した直線との交点を E とする。

仮定より

$$AD // EC \cdots \text{①}$$

$$\angle BAD = \angle CAD \cdots \text{②}$$

①より同位角は等しいから

$$\angle BAD = \angle \square \text{ア} \cdots \text{③}$$

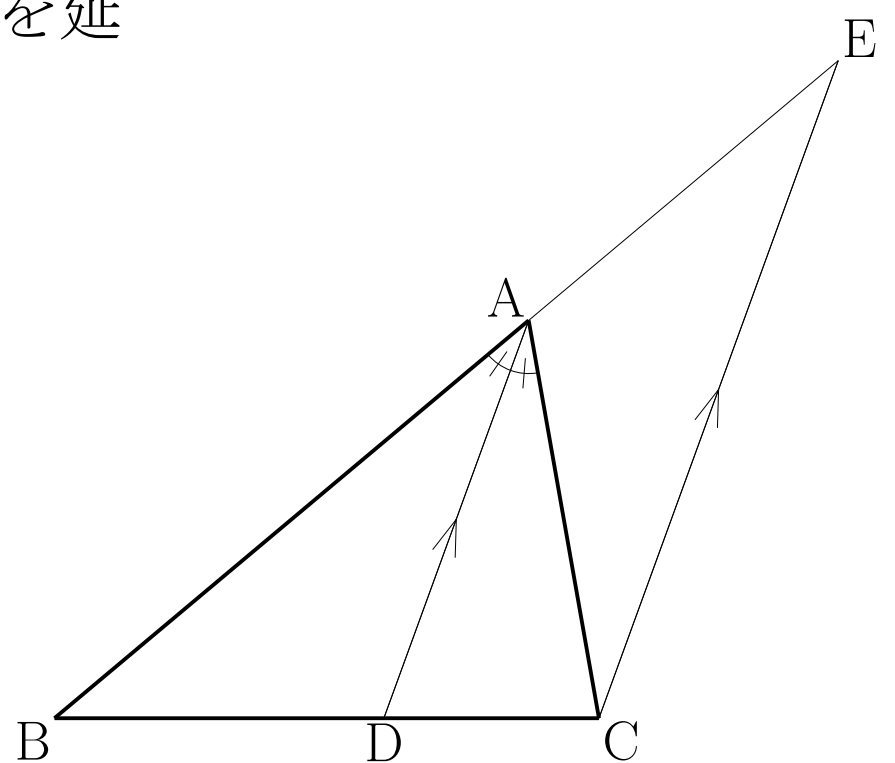
①より錯角は等しいから $\angle CAD = \angle \square \text{イ} \cdots \text{④}$

②、③、④より $\angle \square \text{ア} = \angle \square \text{イ}$ だから $\triangle AEC$ は $\square \text{ウ}$

$$\text{よって } AE = \square \text{エ} \cdots \text{⑤}$$

①より $BA : \square \text{オ} = BD : DC \cdots \text{⑥}$

⑤、⑥より $AB : AC = BD : CD$



ア、

イ、

ウ、

エ、

オ、

解 12

解 12

ア、AEC

イ、ACE

ウ、二等辺三角形

エ、AC

オ、AE
