数奇な数

2乗に比例する関数

例題編

中学数学　2乗に比例する関数の内容

- 関数$y = ax^2$
- $y = ax^2$のグラフ
- $y = ax^2$の値の変化
- $y = ax^2$の変化の割合
- xとy変域
- $y = ax + b$と$y = ax^2$のグラフの特徴
- $y = ax^2$の利用（制動距離、圧力、動点など）

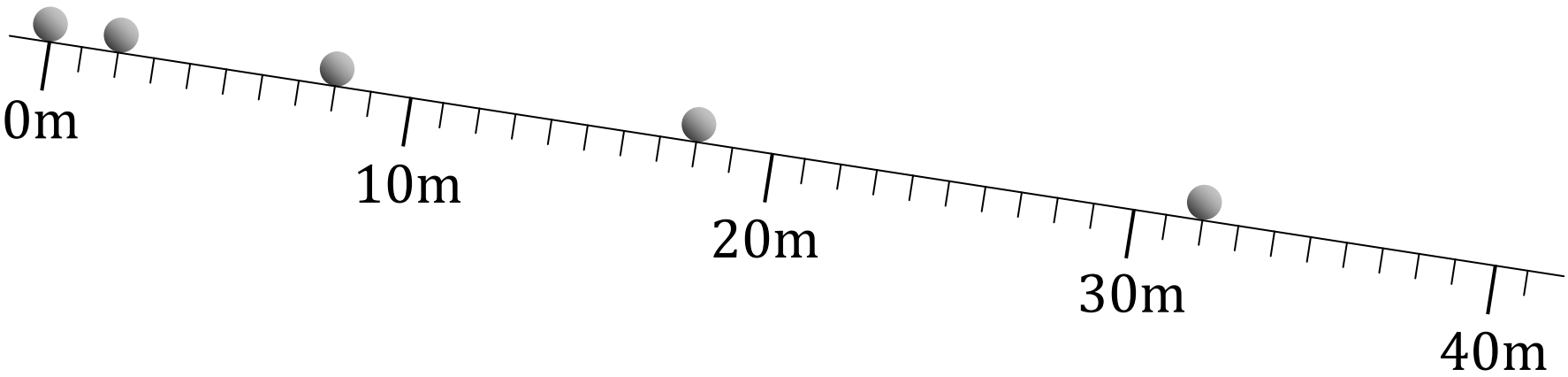
＊「ページ表示」を「見開き」でご覧いただきますと、問題とその答えが見やすくなります。

＊このテキストは家庭学習の補助教材としてのみご利用いただけます。その他（問題の改変、商用など）の利用はご遠慮くださいますようお願いいたします。

例題 1

例題 1

斜面でボールを転がしたところ、1 秒ごとの位置は下の図のようになった。このとき次の問いに答えなさい。



(1)　ボールを転がし始めてからx秒間に転がる距離をymとするとき、下の表を完成させなさい。

x（秒）	0	1	2	3	4
y（m）	0				

(2)　xの値が 2 倍、3 倍、4 倍になると、対応するyの値はそれぞれ何倍になるか。

(3)　x^2の値を求め、下の表を完成させなさい。

x（秒）	0	1	2	3	4
x^2					
y（m）	0				

(4)　yとx^2の間にはどんな関係があるか。

(5)　yをxの式で表しなさい。

解 1

解 1

（1）

x（秒）	0	1	2	3	4
y（m）	0	2	8	18	32

（2）　xの値が 2 倍、3 倍、4 倍になると、対応するyの値はそれぞれ 4 倍、9 倍、16 倍になる。

（3）

x（秒）	0	1	2	3	4
x^2	0	1	4	9	16
y（m）	0	2	8	18	32

（4）　yはx^2の 2 倍になっている。

（5）　$y = 2x^2$

例題 2~4

例題 2

次の□に当てはまる言葉を書き入れなさい。

yがxの関数で、xとyの間に

$$y = ax^2$$

の関係が成り立つとき□といい、aを□という。ただし、aは 0 でない定数とする。

例題 3

次の（1）、（2）についてyをxの式で表しなさい。

（1）　一辺の長さが$x$cm の正方形の面積をyc ㎡とする。

（2）　半径$x$cm の円の面積をyc ㎡とする。

例題 4

次の関数のうち、yがxの 2 乗に比例するものを記号で選びなさい。

（ア）　$y = 2x$

（イ）　$y = 3x^2$

（ウ）　$y = -4x + 3$

（エ）　$y = \frac{2}{x}$

（オ）　$y = -x^2$

解 2~4

解 2

yがxの関数で、xとyの間に

$$y = ax^2$$

の関係が成り立つとき$\boxed{y\text{は}x\text{の2乗に比例する}}$といい、$a$を$\boxed{\text{比例定数}}$という。ただし、$a$は 0 でない定数とする。

解 3

（1）　$y = x^2$

（2）　$y = \pi x^2$

解 4

（イ）、（オ）

例題 5

例題 5

次の問いに答えなさい。

（1）　yはxの 2 乗に比例し、$x = 3$のとき$y = 18$であるとき

① yをxの式で表しなさい。

② $x = 2$のときのyの値を求めなさい。

③ $y = 2$のときのxの値を求めなさい。

（2）　yはxの 2 乗に比例し、$x = -4$のとき$y = -8$であるとき

① yをxの式で表しなさい。

② $x = -3$のときのyの値を求めなさい。

③ $y = -2$のときのxの値を求めなさい。

解 5

解 5

（1）

① $y = 2x^2$

② $y = 8$

③ $x = \pm 1$

（2）

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = -\frac{9}{2}$

③ $x = \pm 2$

例題 6

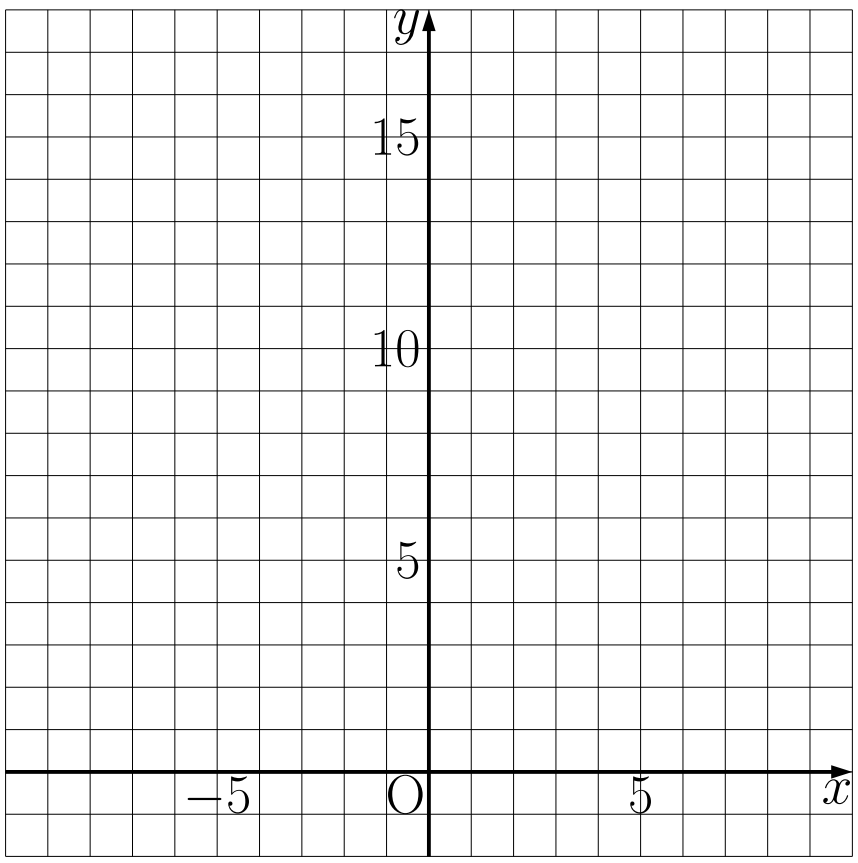
例題 6

$y = x^2$について次の問いに答えなさい。

① xの値に対応するyの値を求め、表の空らんをうめなさい。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

② ①で求めたx、yの値の組を座標とする点を右の図に書き入れなさい。



③ xの値を-1から 1 まで 0.1 おきにとったときのyの値を求め、下の表を完成させなさい。

x	-1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
y										

0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1

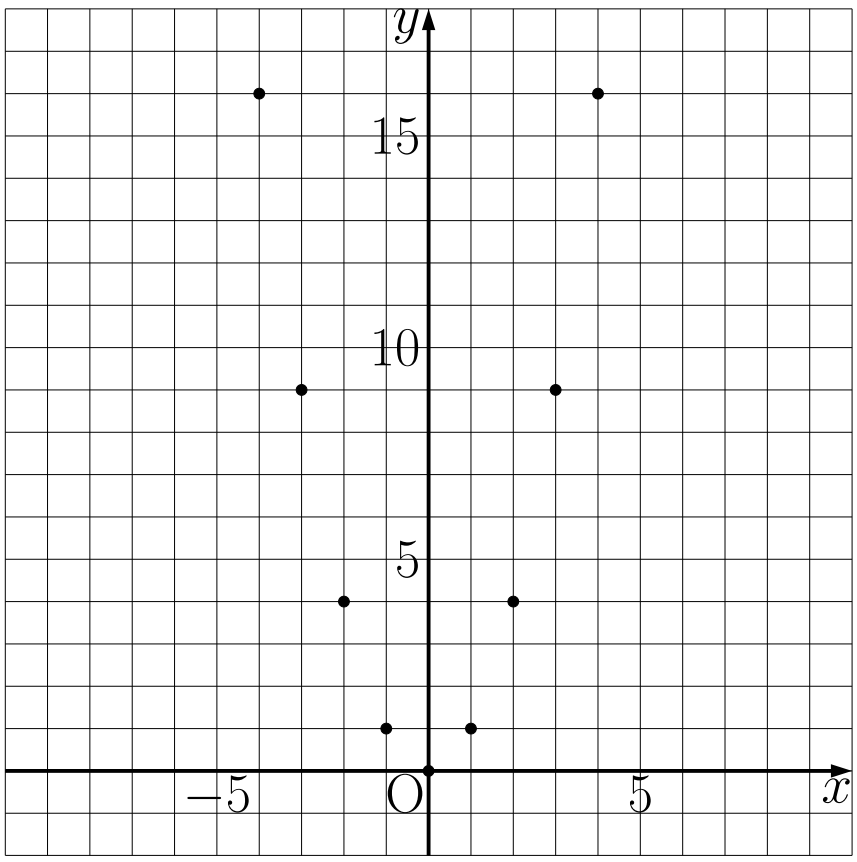
解 6

解 6

①

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16

②



③

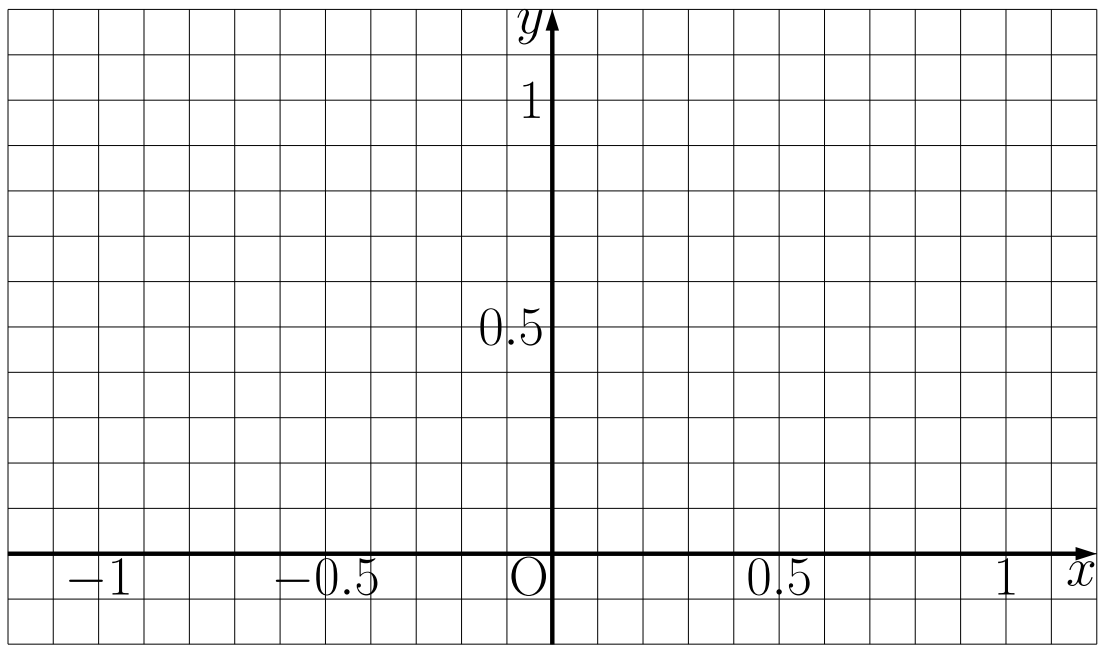
x	-1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
y	1	0.81	0.64	0.49	0.36	0.25	0.16	0.09	0.04	0.01

0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64	0.81	1

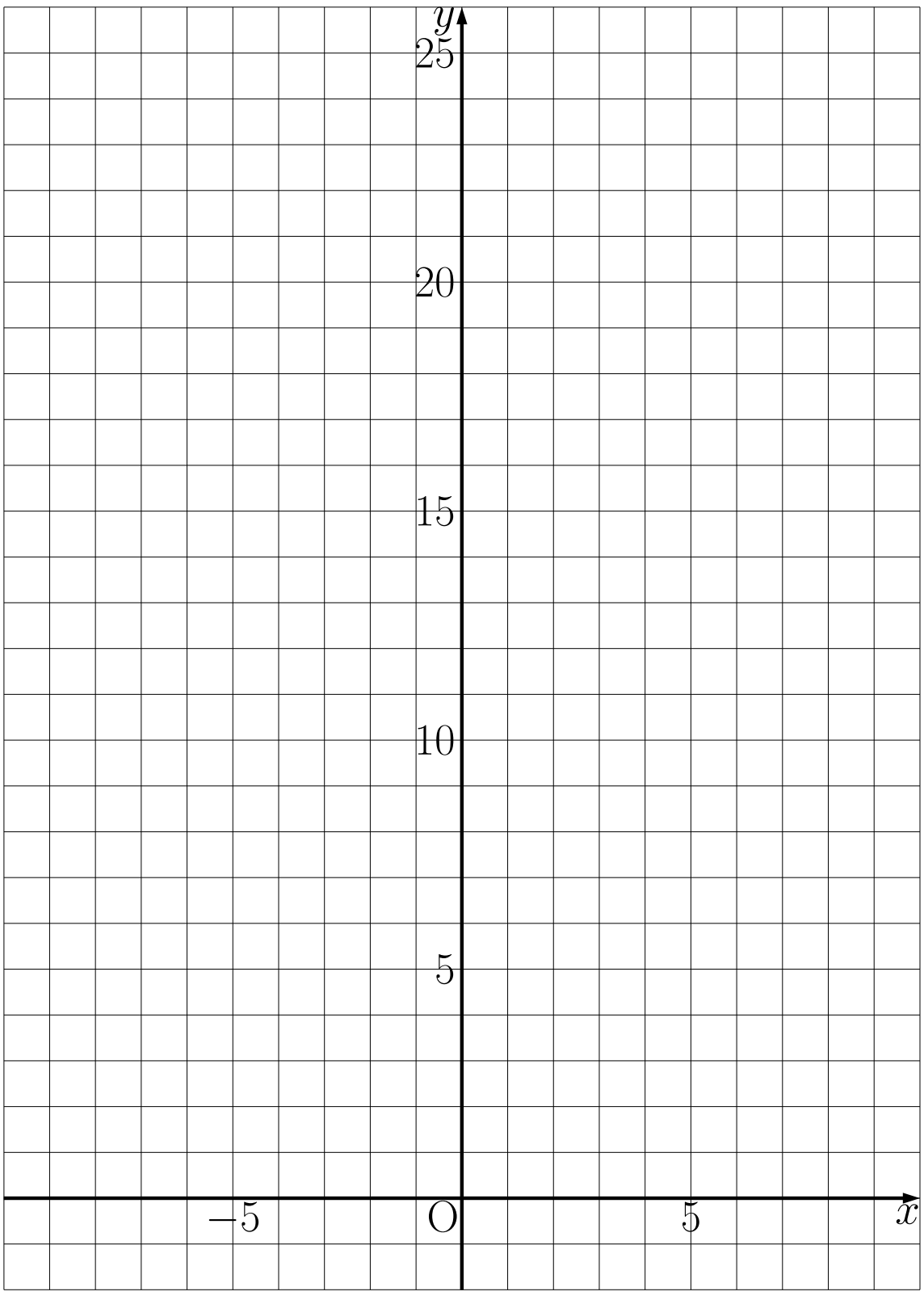
例題 6

例題 6

④　③のx、yの値の組を座標とする点を右の図に書き入れなさい。



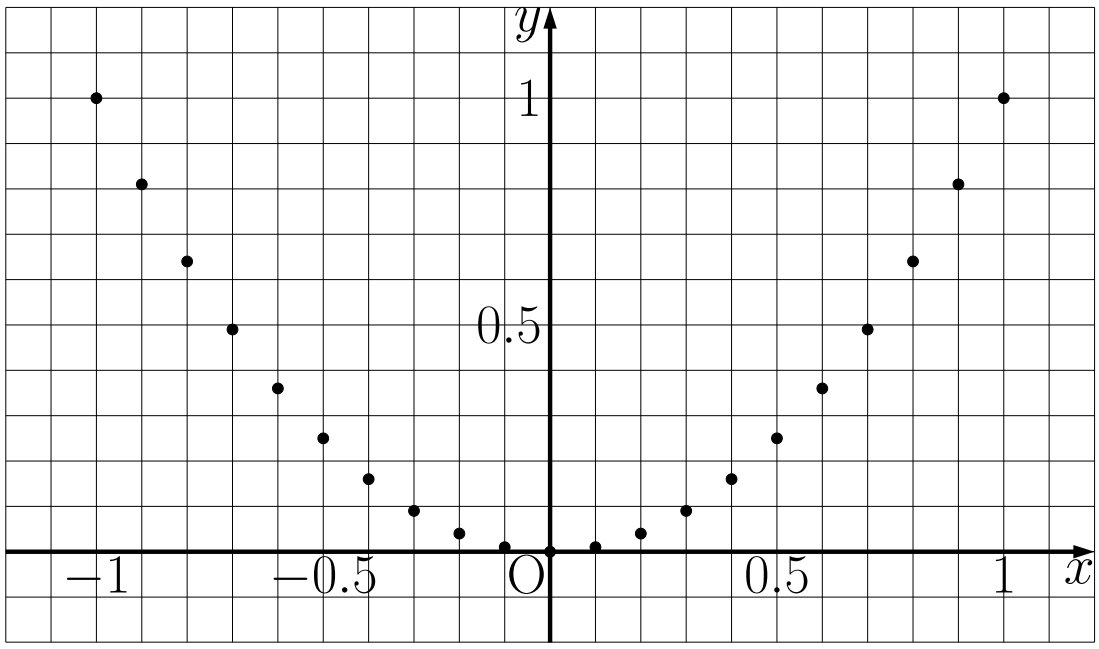
⑤　①〜④の結果を利用して$y = x^2$のグラフを下の図に書きなさい。



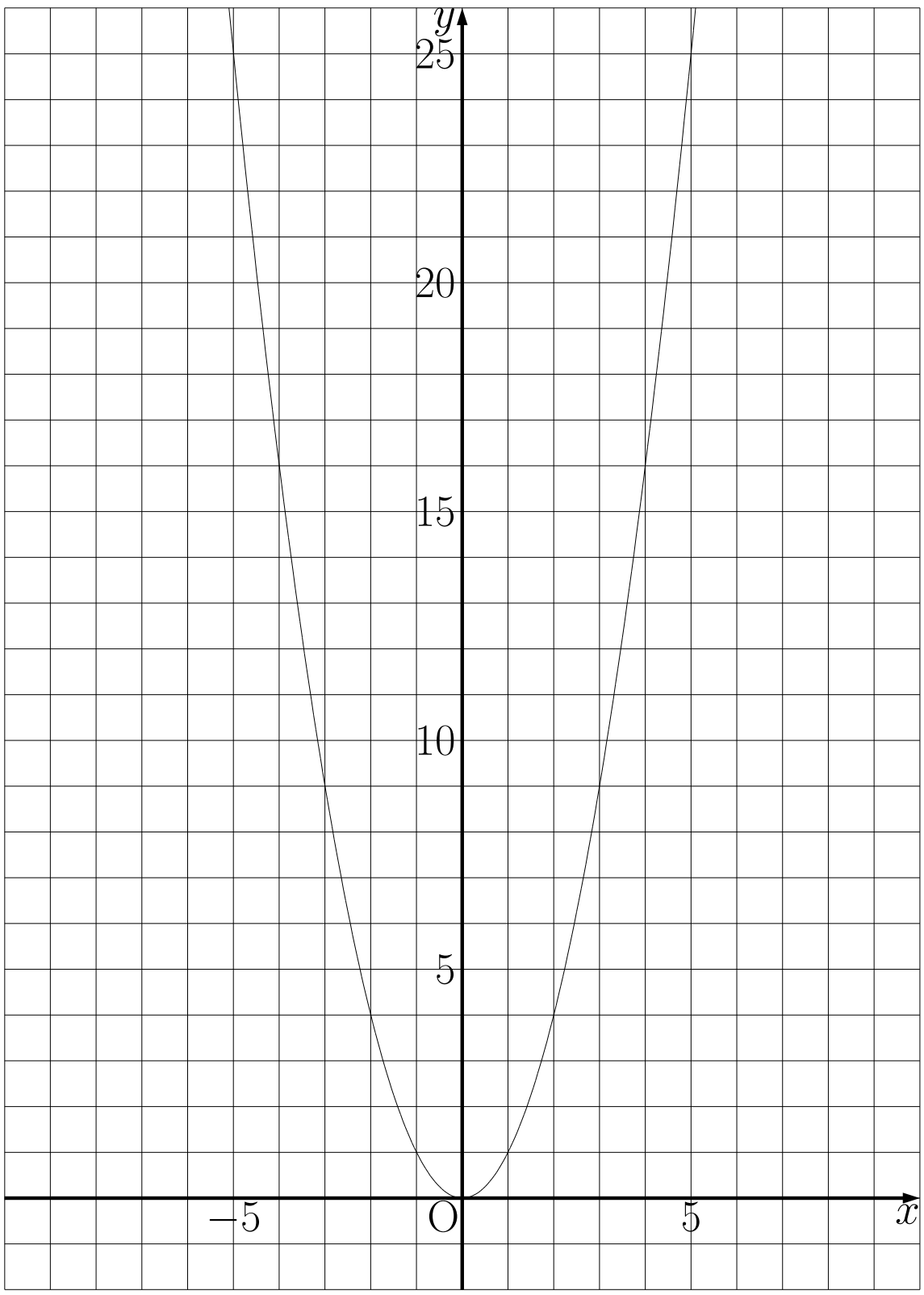
解 6

解 6

④



⑤

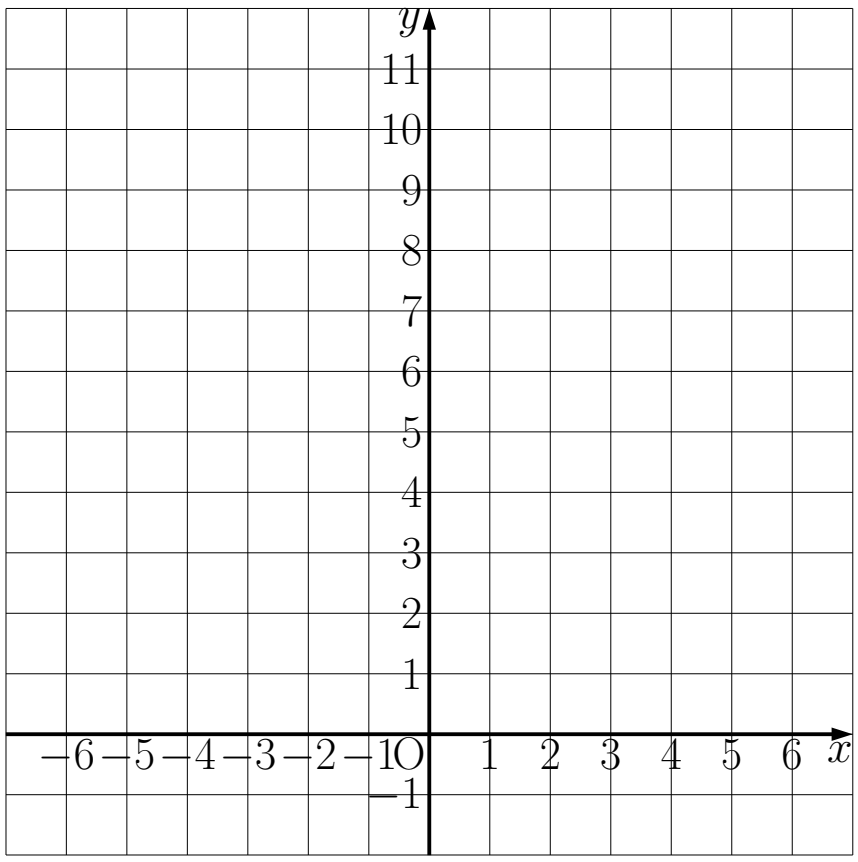


例題 7

例題 7

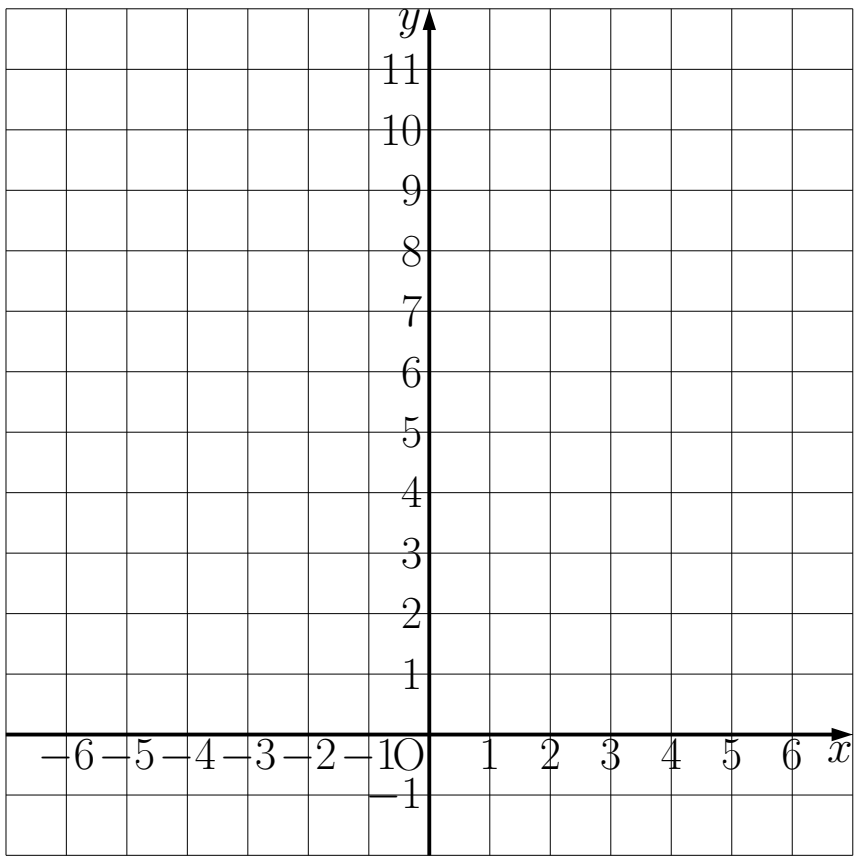
① $y = 2x^2$について、下の表の空らんに当てはまる数を求め、グラフを書きなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



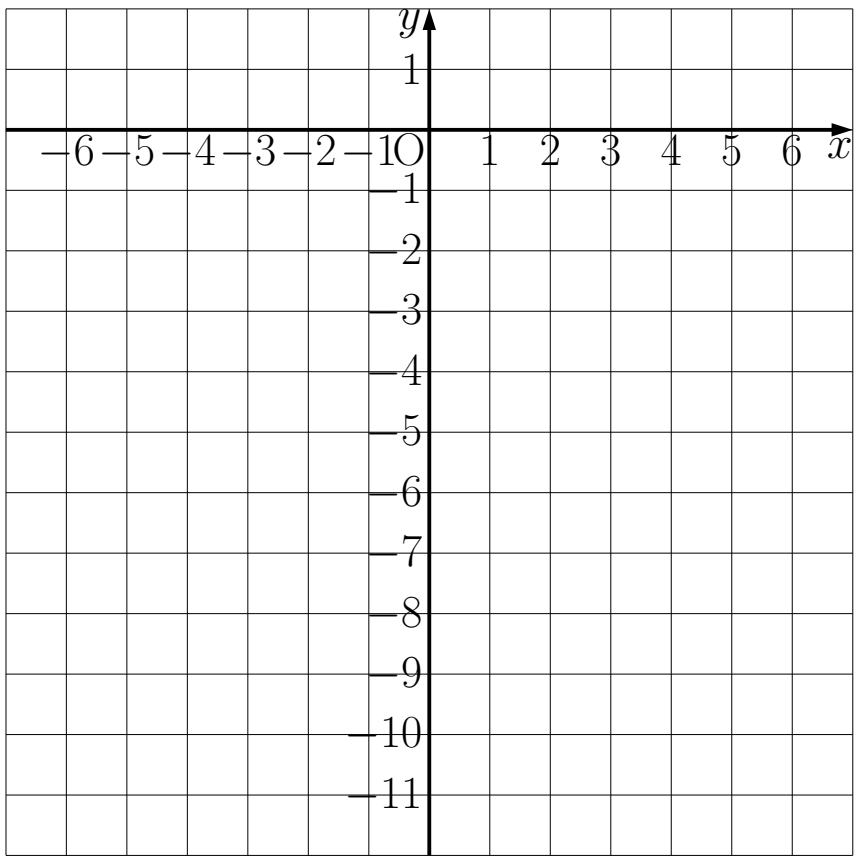
② $y = \frac{1}{2}x^2$について、下の表の空らんに当てはまる数を求め、グラフを書きなさい。

x	-4	-2	-1	0	1	2	4
y							



③ $y = -x^2$について、下の表の空らんに当てはまる数を求め、グラフを書きなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

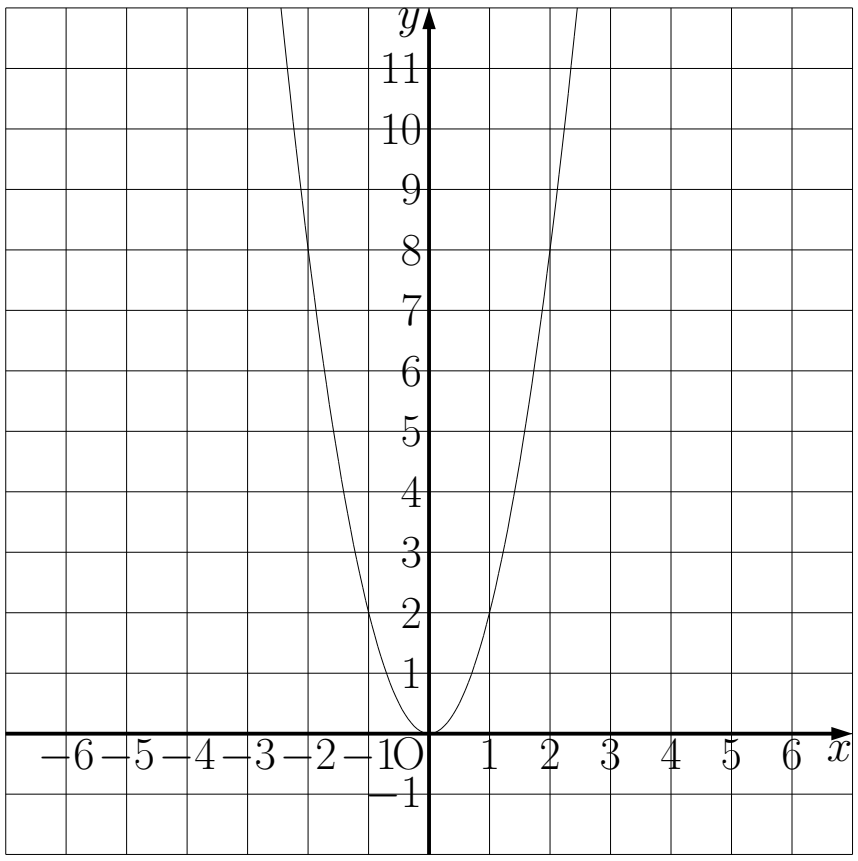


解 7

解 7

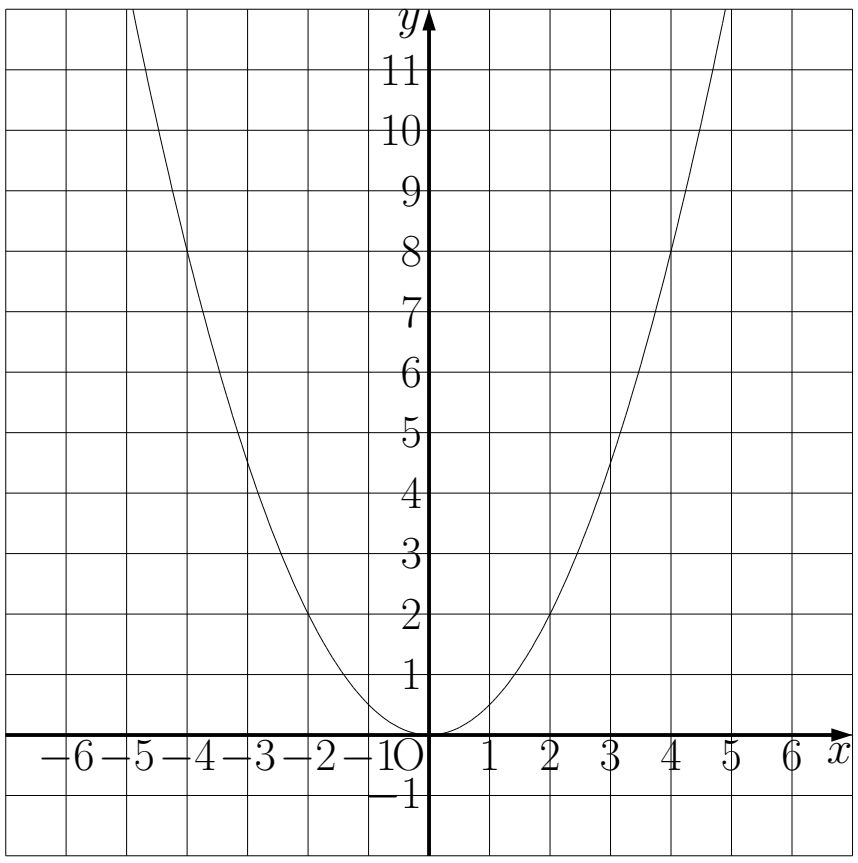
①

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	18	8	2	0	2	8	18



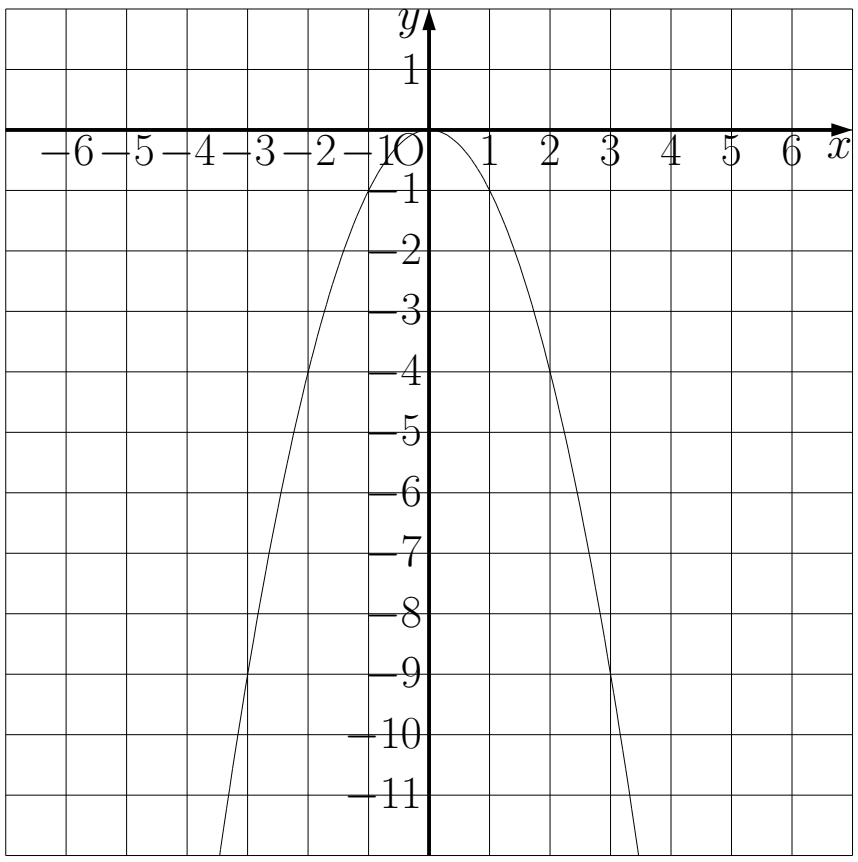
②

x	-4	-2	-1	0	1	2	4
y	8	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	8



③

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9

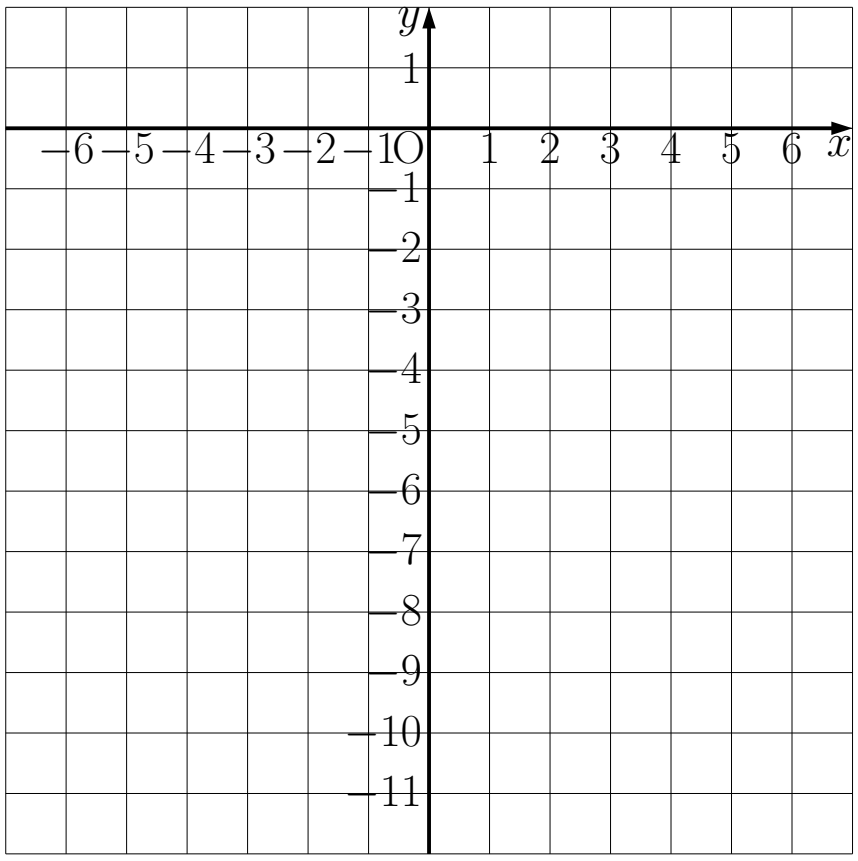


例題 7~8

例題 7

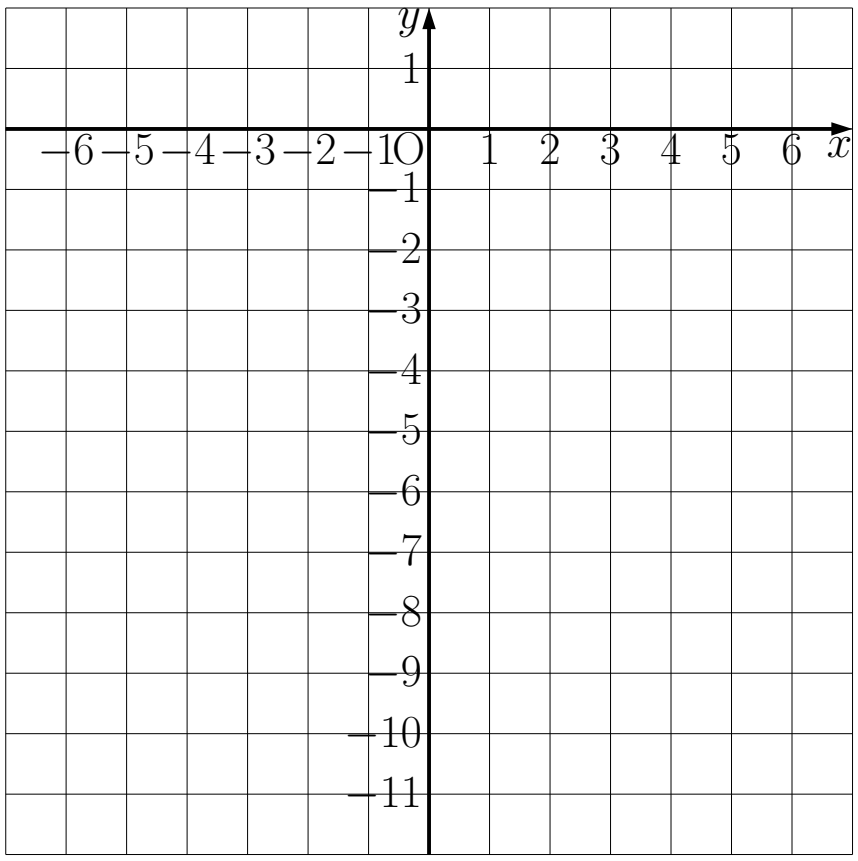
④ $y=-2x^2$について、下の表の空らんに当てはまる数を求め、グラフを書きなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



⑤ $y=-\frac{1}{2}x^2$について、下の表の空らんに当てはまる数を求め、グラフを書きなさい。

x	-4	-2	-1	0	1	2	4
y							



例題 8

（1）　次の$\boxed{ア}$と$\boxed{イ}$に当てはまる言葉を書き入れなさい。

放物線は対称軸があり、その対称軸を放物線の$\boxed{ア}$といい、$\boxed{ア}$と放物線との交点を放物線の$\boxed{イ}$という。

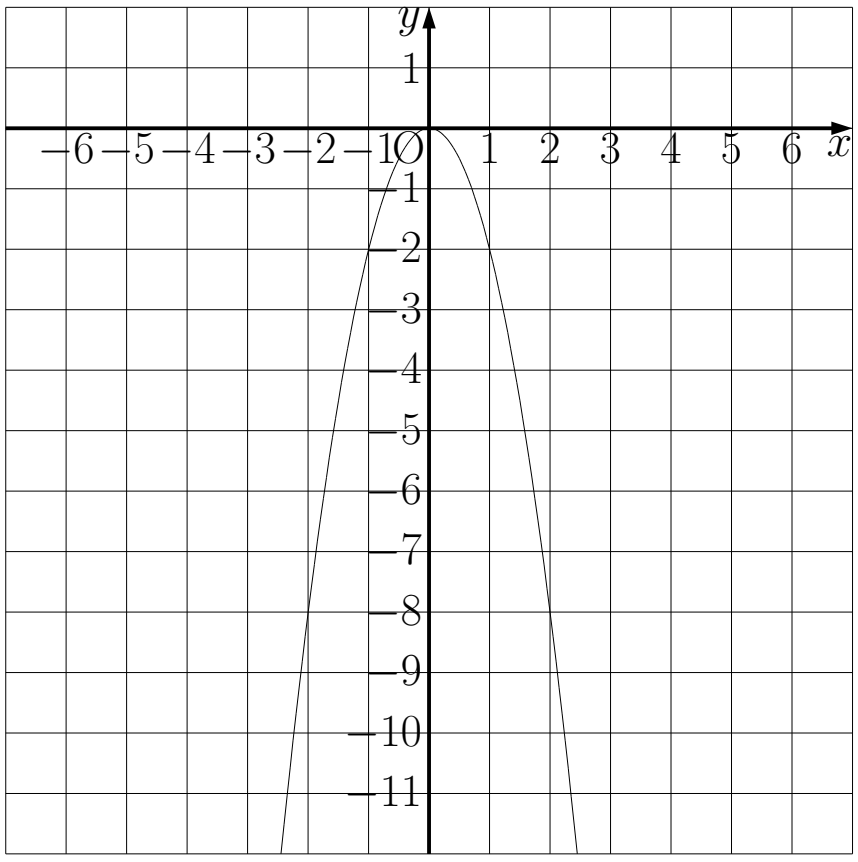
ア、　　イ、

解 7~8

解 7

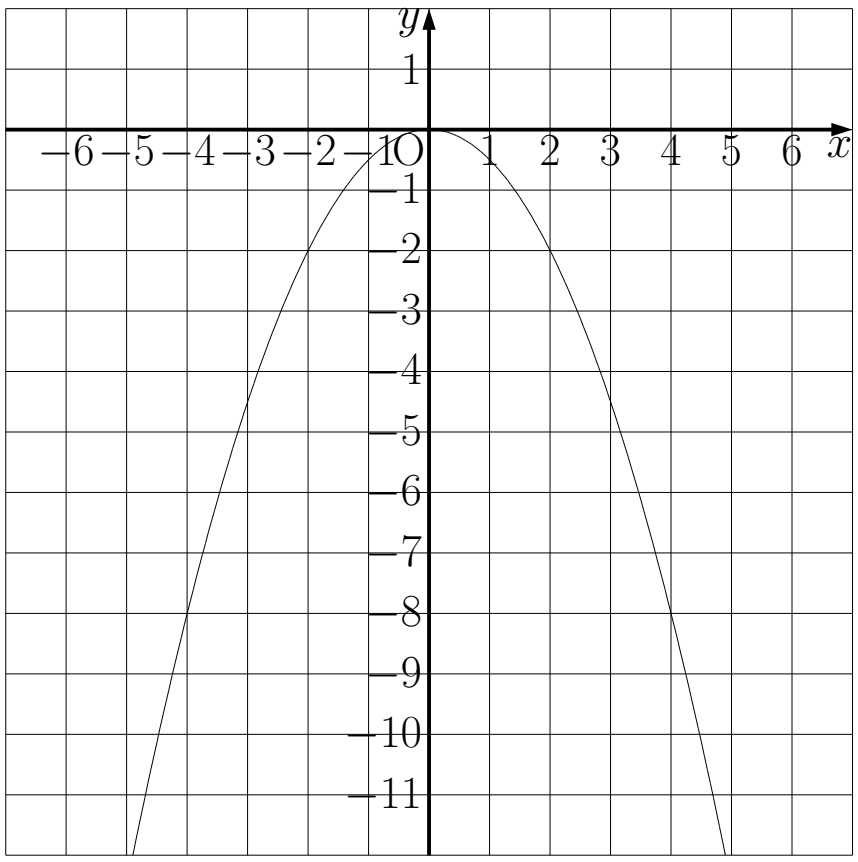
④

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-18	-8	-2	0	-2	-8	-18



⑤

x	-4	-2	-1	0	1	2	4
y	-8	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	-8



解 8

（1）

ア、軸　　イ、頂点

例題 8~9

例題 8

（2）　$y = ax^2$のグラフについて、次の$\boxed{ア}$～$\boxed{キ}$に当てはまる言葉を書き入れなさい。

●$y = ax^2$のグラフは$\boxed{ア}$と呼ばれる曲線で、$\boxed{イ}$を通り$\boxed{ウ}$について対称な曲線である。

●$a > 0$のときは$\boxed{エ}$に開いた形であり、$a < 0$のときは$\boxed{オ}$に開いた形である。

●aの絶対値が大きいほどグラフの開き方は$\boxed{カ}$。

●$y = ax^2$のグラフと$y = -ax^2$のグラフは$\boxed{キ}$について対称である。

ア、	イ、	ウ、	エ、
オ、	カ、	キ、	

例題 9

次の（1）、（2）に当てはまるものを下のア～オの中から選びなさい。

（1）　グラフが下に開いている

（2）　x軸について対称なグラフの組

ア、$y = 3x^2$　　イ、$y = -x^2$　　ウ、$y = \frac{1}{2}x^2$

エ、$y = x^2$　　オ、$y = -\frac{x^2}{3}$

解 8~9

解 8

（2）

ア、放物線	イ、原点	ウ、y軸	エ、上
オ、下	カ、小さい	キ、x軸	

解 9

（1）　イ、オ

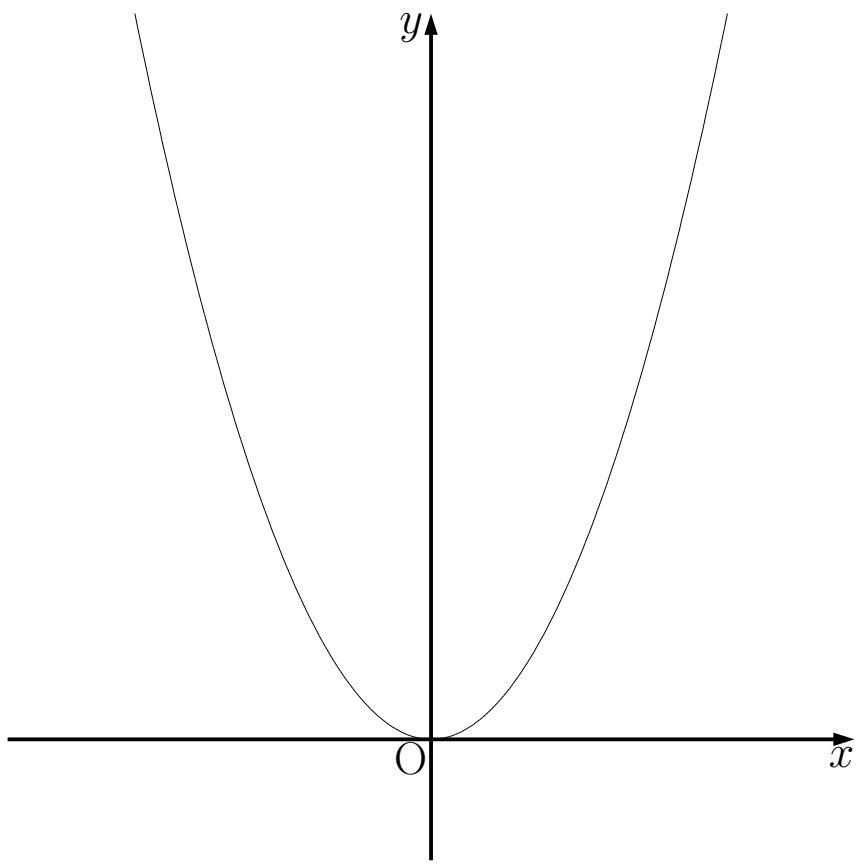
（2）　イとエ

例題 10

例題 10

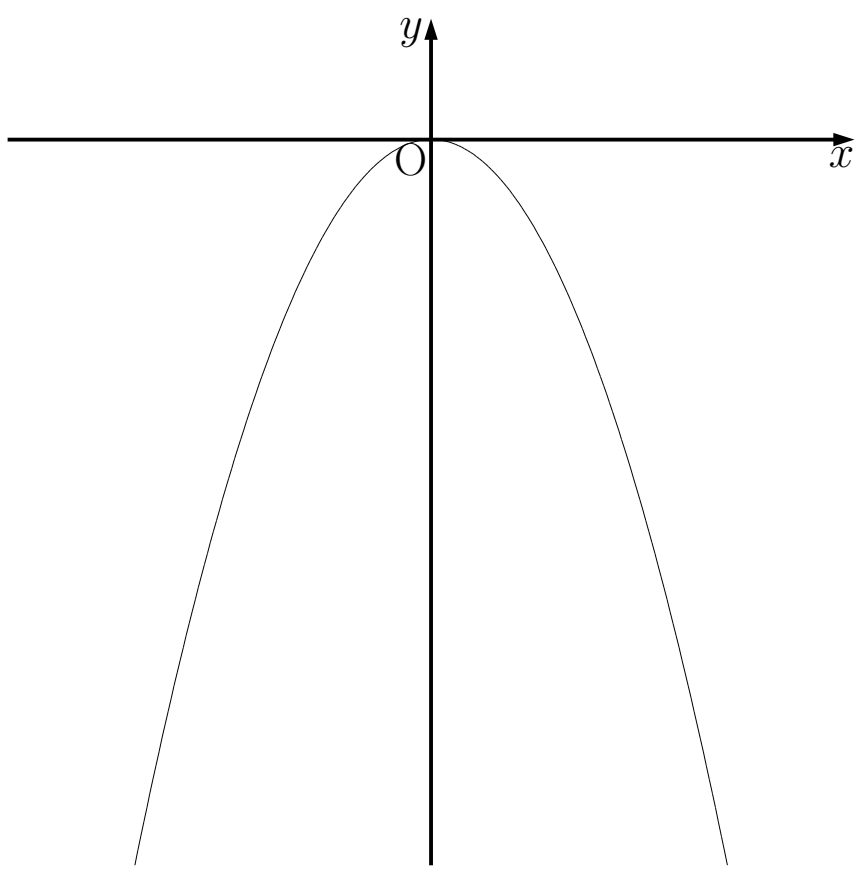
$y = ax^2$のグラフについて次の$\boxed{ア}$～$\boxed{ク}$に当てはまる言葉を書き入れなさい。

$a > 0$のとき、$y = ax^2$のグラフは右の図のようになる。$x \leqq 0$の範囲では、xの値が増加するにつれてyの値は$\boxed{ア}$する。$x \geqq 0$の範囲では、xの値が増加するにつれてyの値は$\boxed{イ}$する。yの値は、$x =$$\boxed{ウ}$のとき最小になり、$x$がどんな値をとっても常に$y \geqq$$\boxed{エ}$である。



ア、　　イ、　　ウ、　　エ、

$a < 0$のとき、$y = ax^2$のグラフは右の図のようになる。$x \leqq 0$の範囲では、xの値が増加するにつれてyの値は$\boxed{オ}$する。$x \geqq 0$の範囲では、xの値が増加するにつれてyの値は$\boxed{カ}$する。yの値は、$x =$$\boxed{キ}$のとき最大になり、$x$がどんな値をとっても常に$y \leqq$$\boxed{ク}$である。



オ、　　カ、　　キ、　　ク、

解 10

解 10

ア、減少　　イ、増加　　ウ、0　　エ、0

オ、増加　　カ、減少　　キ、0　　ク、0

例題 11

例題 11

（1）　関数$y = x^2$について、xが次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

① 1 から 3 まで

② -4から-1まで

③ 0 から 5 まで

（2）　関数$y = -2x^2$について、xが次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

① 2 から 5 まで

② -3から1まで

③ -4から-1まで

（3）　（1）、（2）の結果から関数$y = ax^2$の変化の割合は一定であると言えるか。

解 11

解 11

（1）

① 4

② −5

③ 5

（2）

① −14

② 4

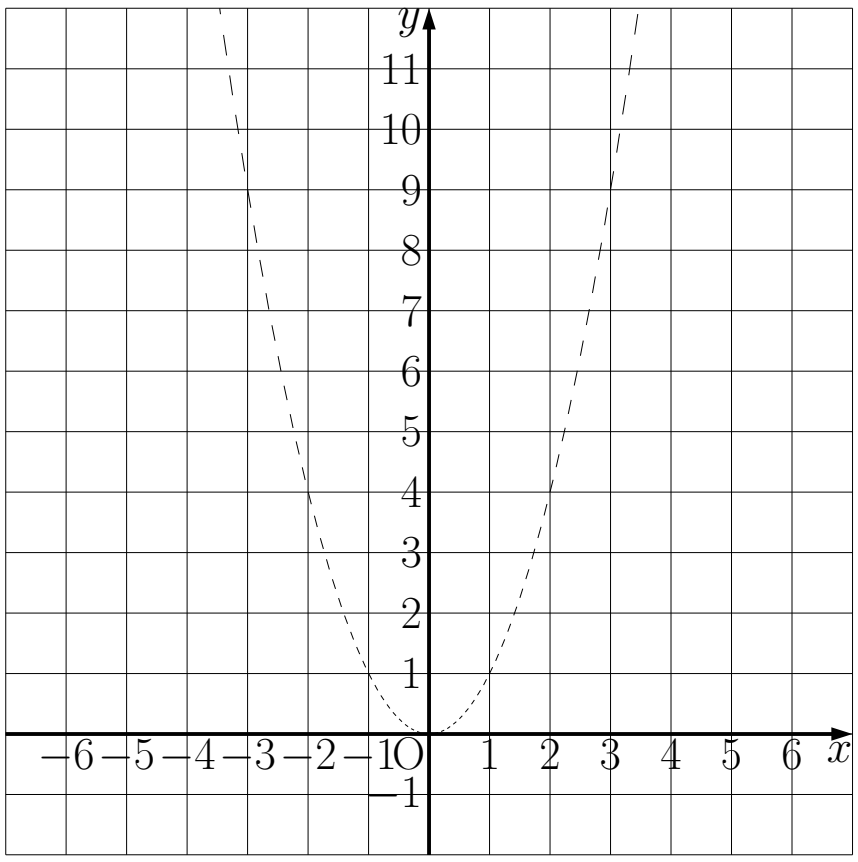
③ 10

（3）言えない

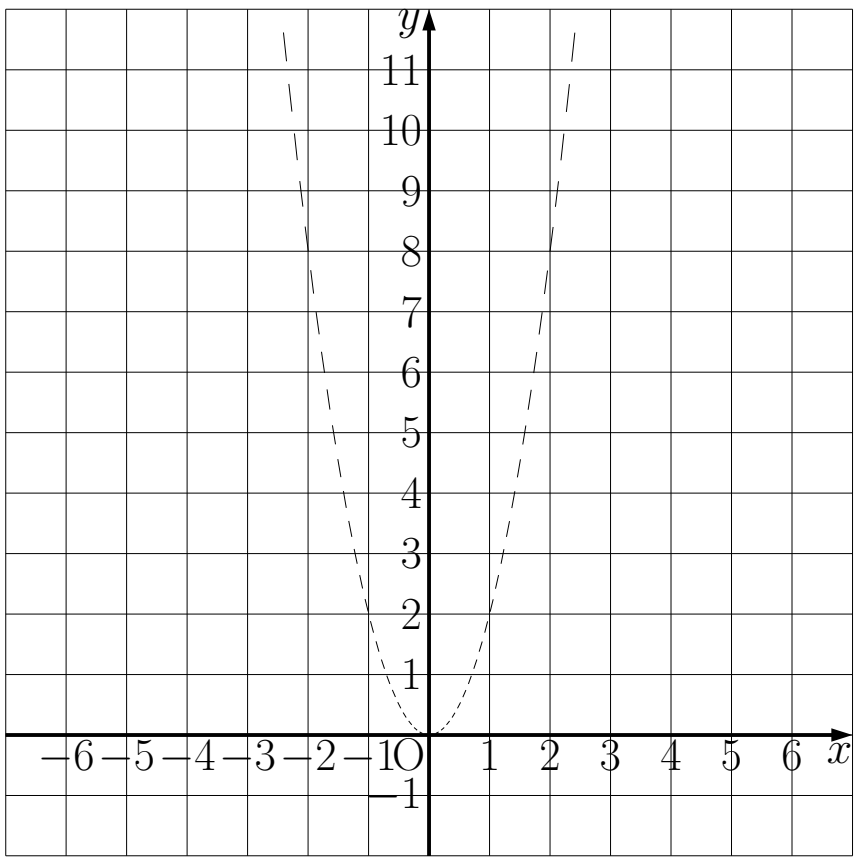
例題 12

例題 12

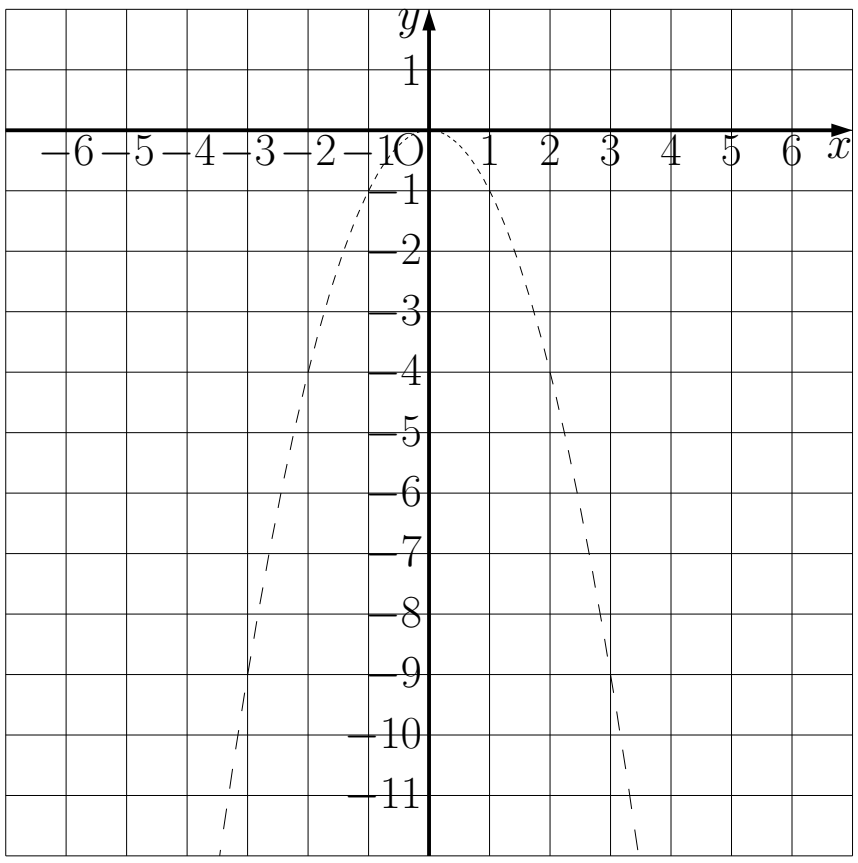
（1）　xの変域が$1 \leqq x \leqq 3$のとき、関数$y = x^2$のグラフを右の図を利用して書きなさい。また、yの変域を求めなさい。



（2）　xの変域が$-1 \leqq x \leqq 2$のとき、関数$y = 2x^2$のグラフを右の図を利用して書きなさい。また、yの変域を求めなさい。



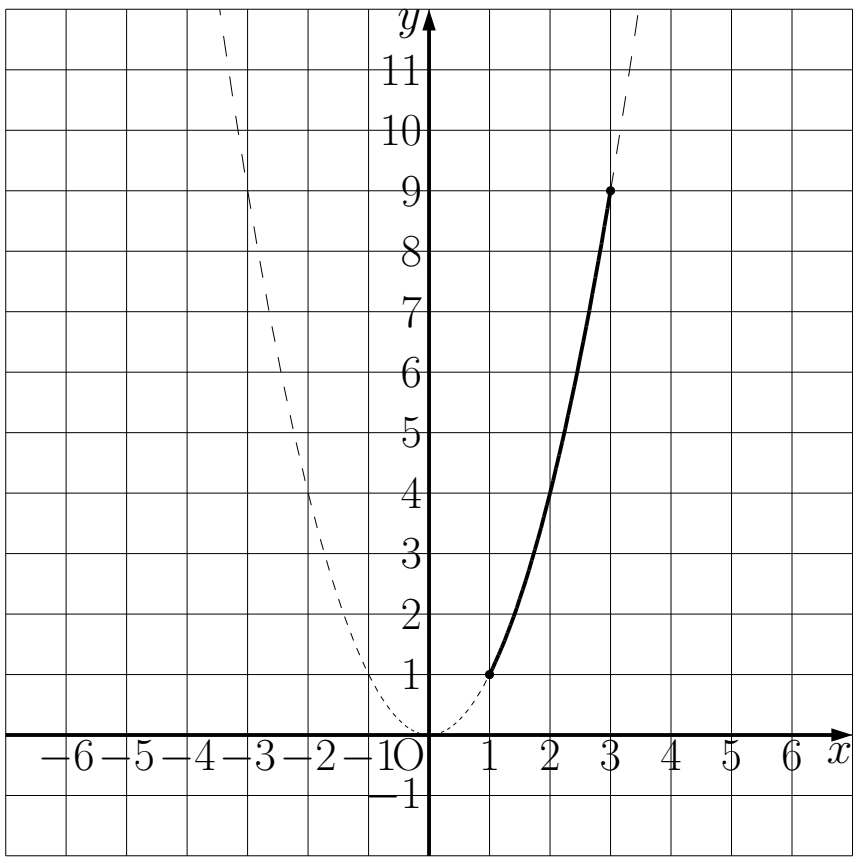
（3）　xの変域が$-2 \leqq x \leqq 3$のとき、関数$y = -x^2$のグラフを右の図を利用して書きなさい。また、yの変域を求めなさい。



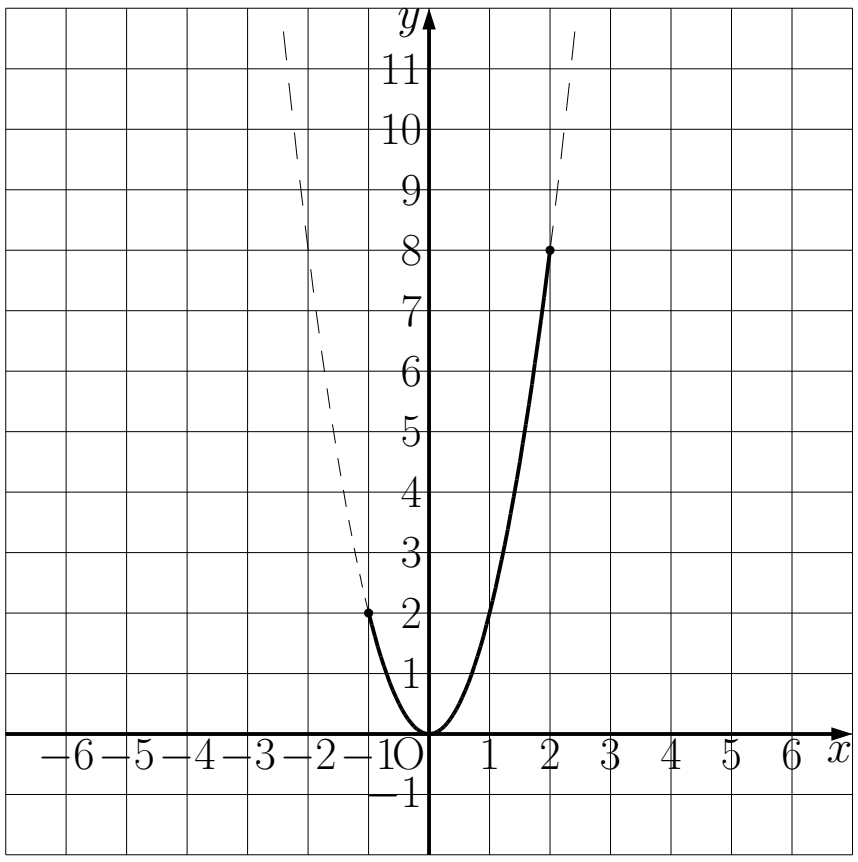
解 12

解 12

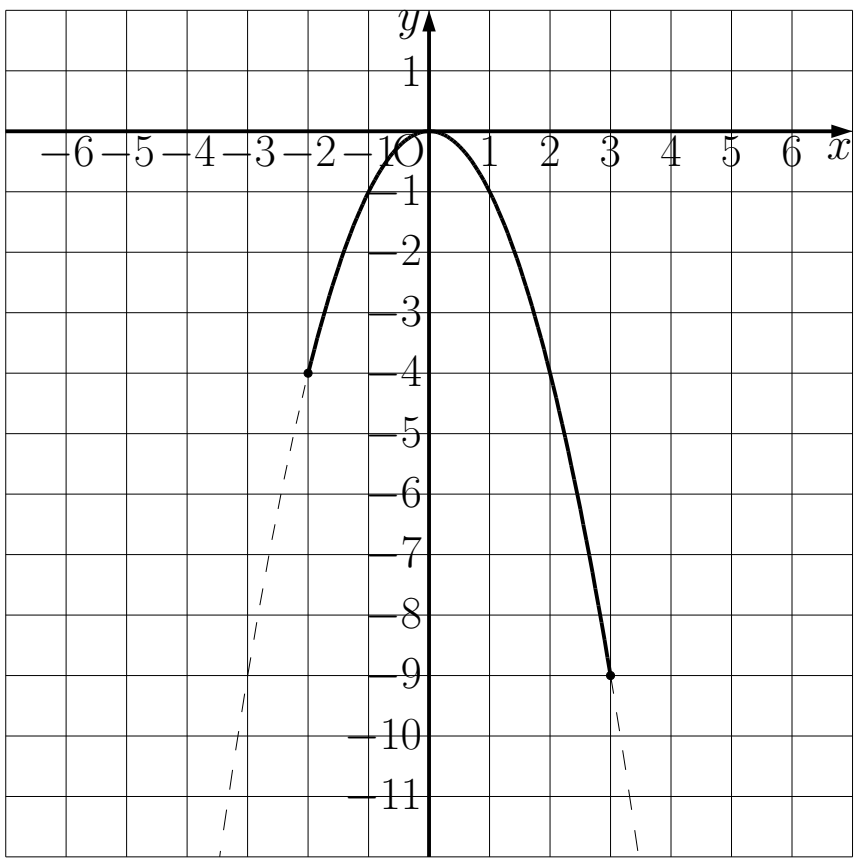
（1） $1 \leqq y \leqq 9$



（2） $0 \leqq y \leqq 8$



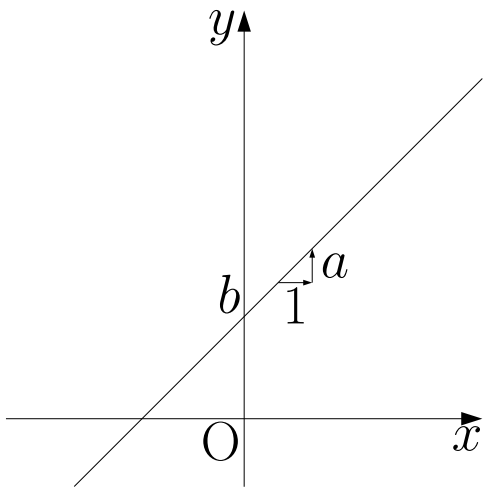
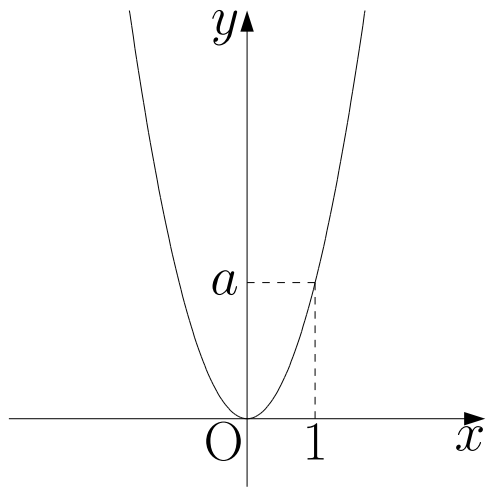
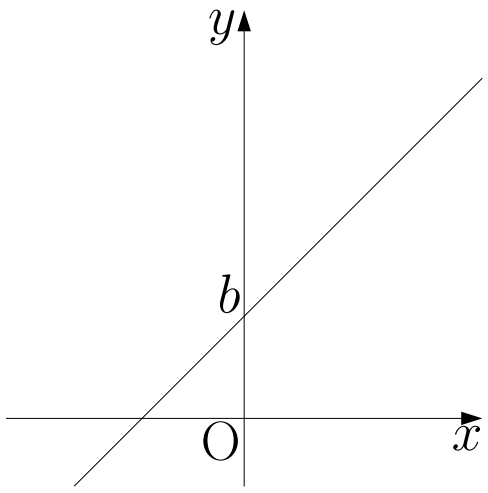
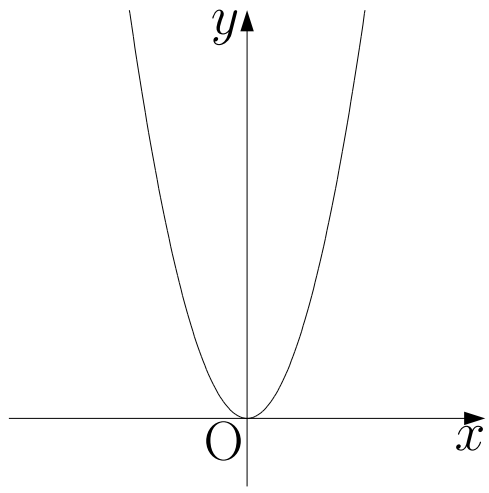
（3） $-9 \leqq y \leqq 0$



例題 13

例題 13

下の表を完成させなさい。

式	一次関数	2 乗に比例する関数
	$y = ax + b$	$y = ax^2$
グラフ	傾きが$\boxed{ア}$で、切片が$\boxed{イ}$の直線  	$\boxed{ウ}$を通り、$\boxed{エ}$について対称な$\boxed{オ}$ 
	$a > 0$のとき  xが増加するとyは$\boxed{カ}$する	$a > 0$のとき  xが増加するとき $x \leqq 0$の範囲ではyは$\boxed{キ}$する $x \geqq 0$の範囲ではyは$\boxed{ク}$する

ア、	イ、	ウ、	エ、
オ、	カ、	キ、	ク、

解 13

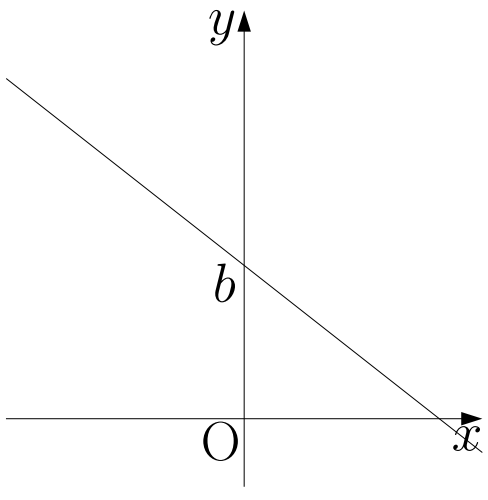
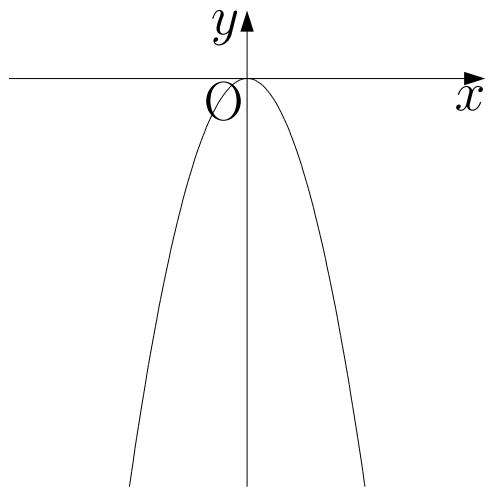
解 13

ア、a	イ、b	ウ、原点	エ、y軸
オ、放物線	カ、増加	キ、減少	ク、増加

例題 13

例題 13

下の表を完成させなさい。

式	一次関数	2 乗に比例する関数
	$y = ax + b$	$y = ax^2$
グラフ	$a < 0$のとき  xが増加するとyは$\boxed{ケ}$する	$a < 0$のとき  xが増加するとき $x \leqq 0$の範囲ではyは$\boxed{コ}$する $x \geqq 0$の範囲ではyは$\boxed{サ}$する
変化の割合	一定で$\boxed{シ}$に等しい	$\boxed{ス}$でない

ケ、　　コ、　　サ、　　シ、

ス、

解 13

解 13

ケ、減少	コ、増加	サ、減少	シ、a
ス、一定			

例題 14~15

例題 14

時速$x$kmで走っている自動車の制動距離をymとすると、yはxの 2 乗に比例することが知られている。これについて次の問いに答えなさい。

ある自動車では時速 40km で走っているときの制動距離が 15m になった。

① yをxの式で表しなさい。

② 時速 80km のときの制動距離を求めなさい。

③ 制動距離が 135m のときの時速を求めなさい。

例題 15

1 往復するのにx秒かかる振り子の長さを

ym とするとき

$$y = \frac{1}{4}x^2$$

という関係がある。このとき次の問いに答えなさい。

① 1 往復するのに 4 秒かかる振り子の長さを求めなさい。

② 振り子の長さが 36cm のとき、1 往復する時間を求めなさい。

解 14~15

解 14

① $y = \frac{3}{320}x^2$

② 60m

③ 時速 120km

解 15

① 4m

② $\frac{6}{5}$秒

例題 16~17

例題 16

物を落とすとき、落ち始めてからx秒間に落ちる距離をym とするとおよそ

$$y = 4.9x^2$$

という関係がある。このとき次の問いに答えなさい。

① 落ち始めてから 5 秒間ではおよそ何 m 落ちるか求めなさい。

② 44.1m 落ちるのにかかるのはおよそ何秒か求めなさい。

例題 17

風速xm/秒の風が吹くとき、風が物体に与える圧力をyPa（パスカル）とすると、yはxの 2 乗に比例することが知られている。これについて次の問いに答えなさい。

風速 7m/秒のとき、物体にかかる圧力は 24.5Pa であった。

① yをxの式で表しなさい。

② 風速が 2m/秒のとき、物体にかかる圧力を求めなさい。

③ 風速が 6m/秒のとき、物体にかかる圧力を求めなさい。

④ 物体にかかる圧力が 162Pa のとき、風速は何 m/秒か求めなさい。

解 16~17

解 16

① およそ 122.5m

② およそ 3 秒

解 17

① $y = \frac{1}{2}x^2$

② 2Pa

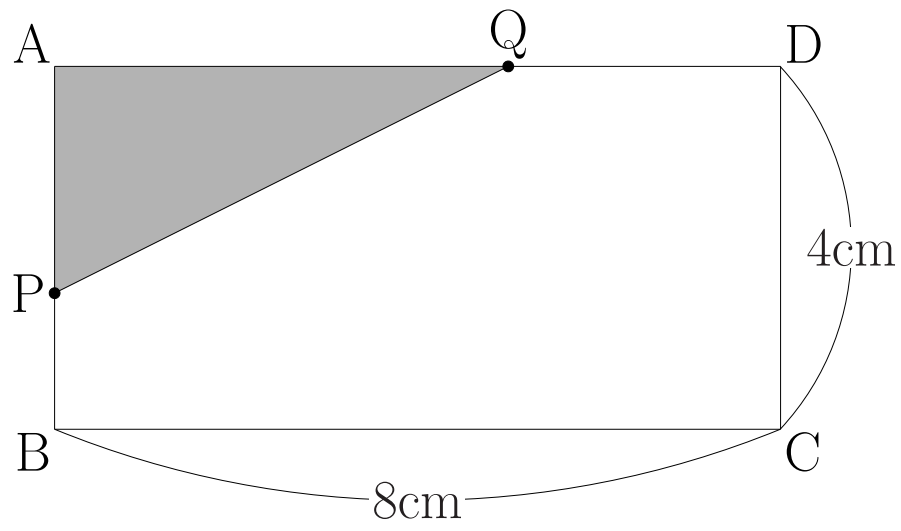
③ 18Pa

④ 18m/秒

例題 18

例題 18

右の図のような長方形 ABCD がある。点 P は毎秒 1cm で周上を A から B まで動く。点 Q は点 P と同時に出発して、毎秒 2cm で周上を A から D まで動く。2点 P、Q が A を出発してからx秒後の△APQ の面積をyc ㎡とするとき、次の問いに答えなさい。

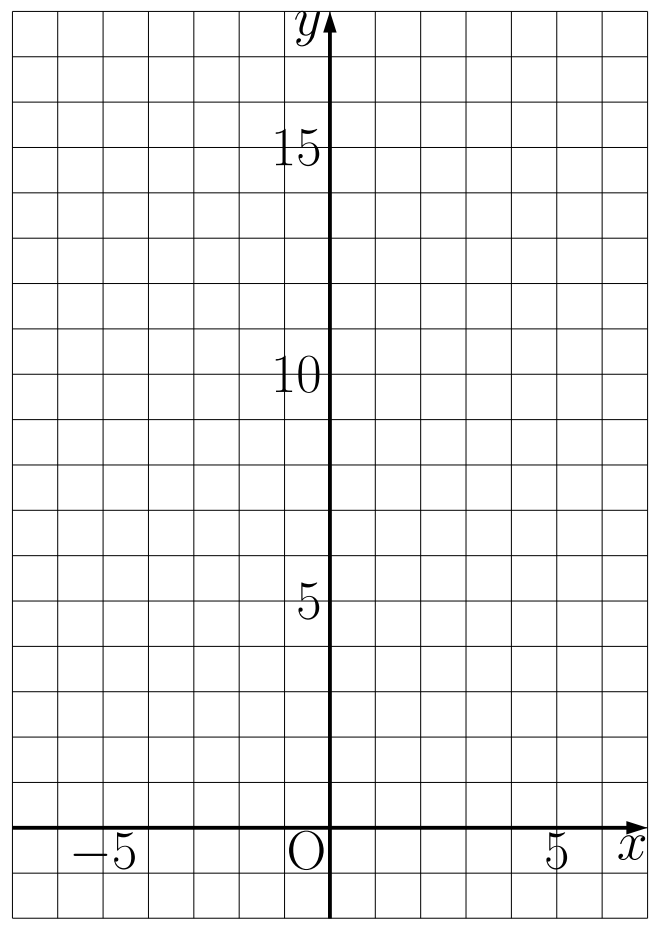


① yをxの式で表しなさい。

② $x = 3$のときのyの値を求めなさい。

③ xとyの変域をそれぞれ求めなさい。

④ 変域に注意して、xとyの関係を表すグラフを右の図に書きなさい。



解 18

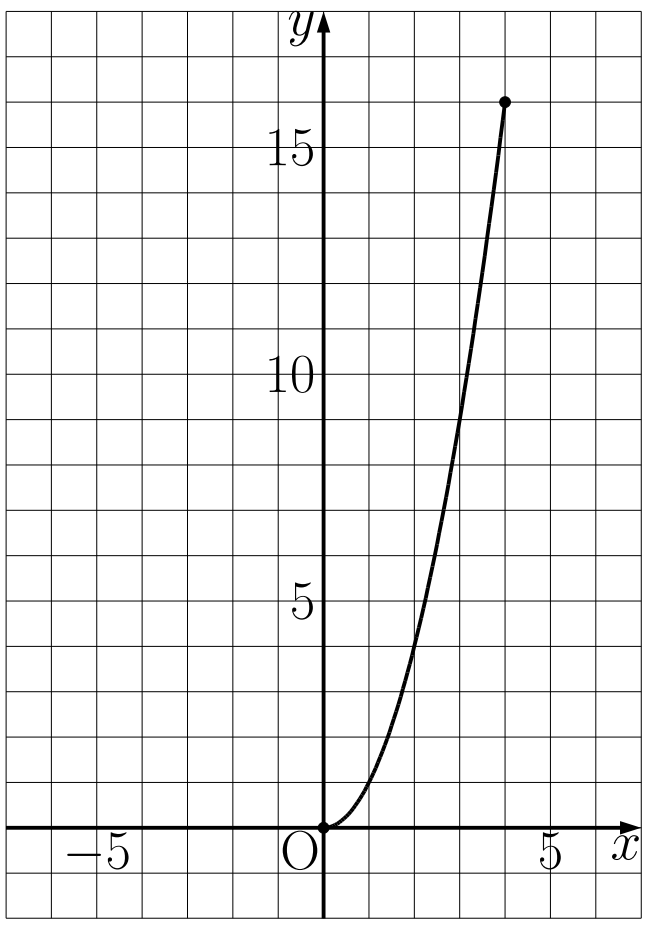
解 18

① $y = x^2$

② $y = 9$

③ $0 \leqq x \leqq 4$　　$0 \leqq y \leqq 16$

④



例題 19~21

例題 19

次のア～オの関数から当てはまるものを記号で答えなさい。

（1）　変化の割合が一定でないもの。

（2）　$x > 0$の範囲で、xが増加するときyが減少するもの。

ア、$y = 5x + 3$　　イ、$y = -\frac{3}{5}x^2$　　ウ、$y = \frac{3}{x}$

エ、$y = 6x^2$　　オ、$y = 6 - x$

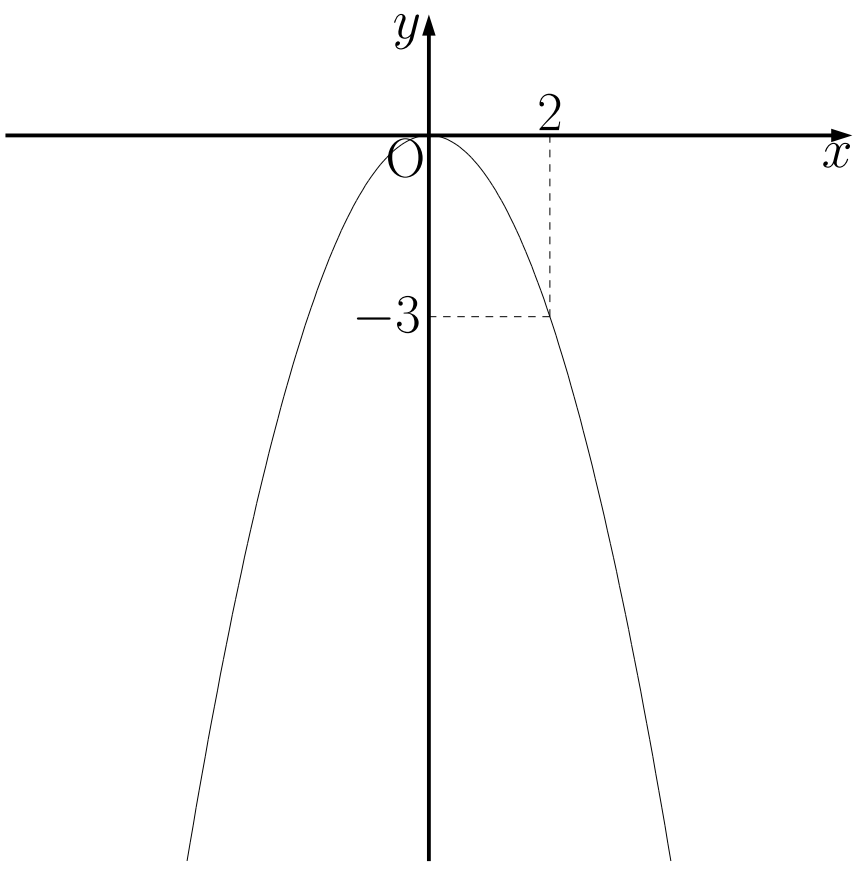
例題 20

右の図は$y = ax^2$のグラフである。

次の問いに答えなさい。

① aの値を求めなさい。

② xの値が-3から1まで増加するときの変化の割合を求めなさい。



例題 21

yがxの 2 乗に比例し、xの値が 2 から 4 まで増加するとき、変化の割合が 30 であるような関数を求めなさい。

解 19~21

解 19

① イ、ウ、エ

② イ、ウ、オ

解 20

① $a = -\frac{3}{4}$

② $\frac{3}{2}$

解 21

$y = 5x^2$

例題 22

例題 22

（1）　$y = ax^2$ と $y = -3x + 5$ は x の値が -4 から 1 まで増加したときの変化の割合が等しいという。このとき a の値を求めなさい。

（2）　$y = x^2$ と $y = -8x - 1$ は x の値が t から $t + 4$ まで増加したときの変化の割合が等しいという。このとき t の値を求めなさい。

例題 23

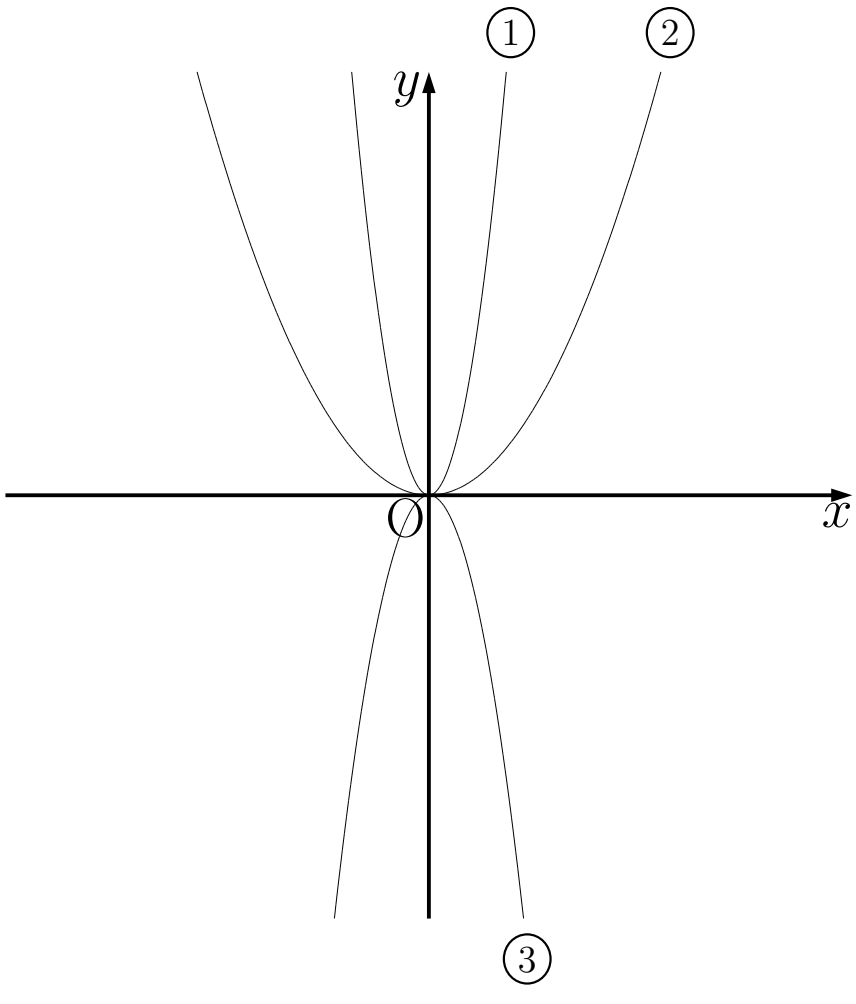
右の図は 3 つの関数

$y = \frac{1}{3}x^2$

$y = 3x^2$

$y = -2x^2$

のグラフを、同じ座標軸を使って表わしたものである。①、②、③はそれぞれどの関数のグラフか答えなさい。



①　　②　　③

解 22

解 22

（1）　$a = 1$

（2）　$t = -6$

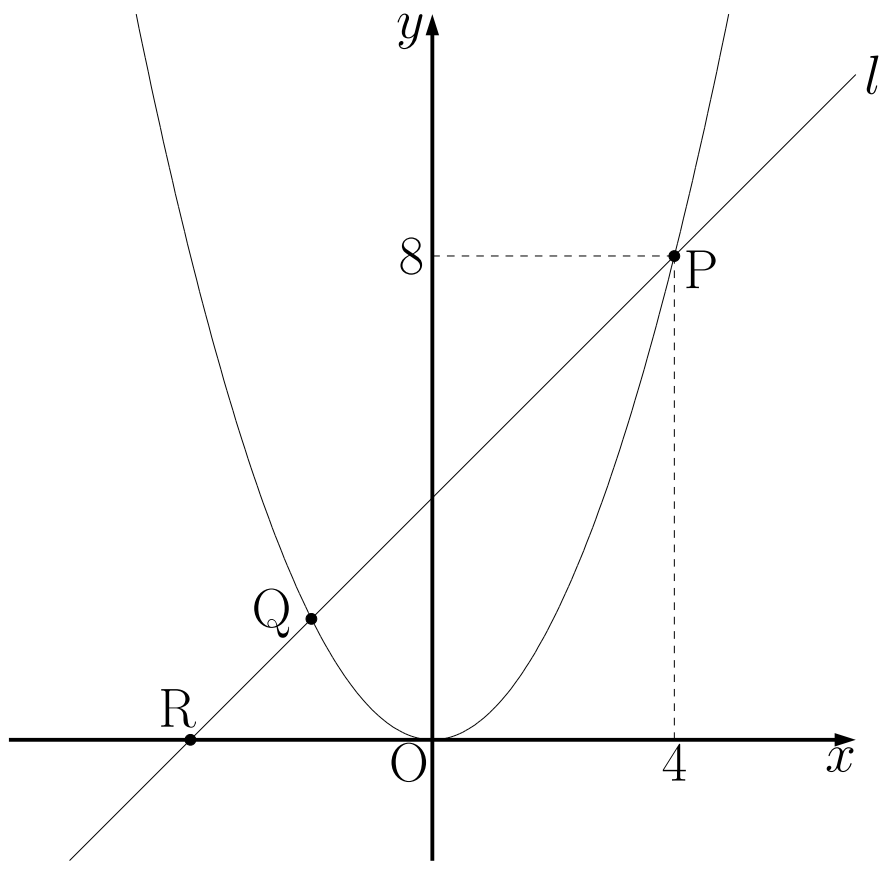
解 23

①　$y = 3x^2$　　②　$y = \frac{1}{3}x^2$　　③　$y = -2x^2$

例題 24

例題 24

右の図のように、$y = ax^2$のグラフ上に 2 点 P、Q がある。P の座標が（4,8）であるとき、次の問いに答えなさい。



① aの値を求めなさい。

② Q のx座標が-2のとき、2 点 P、Q を通る直線lの式を求めなさい。

③ △OPQ の面積を求めなさい。

④ 直線lとx軸との交点を R とするとき、△OPR の面積を求めなさい。

解 24

解 24

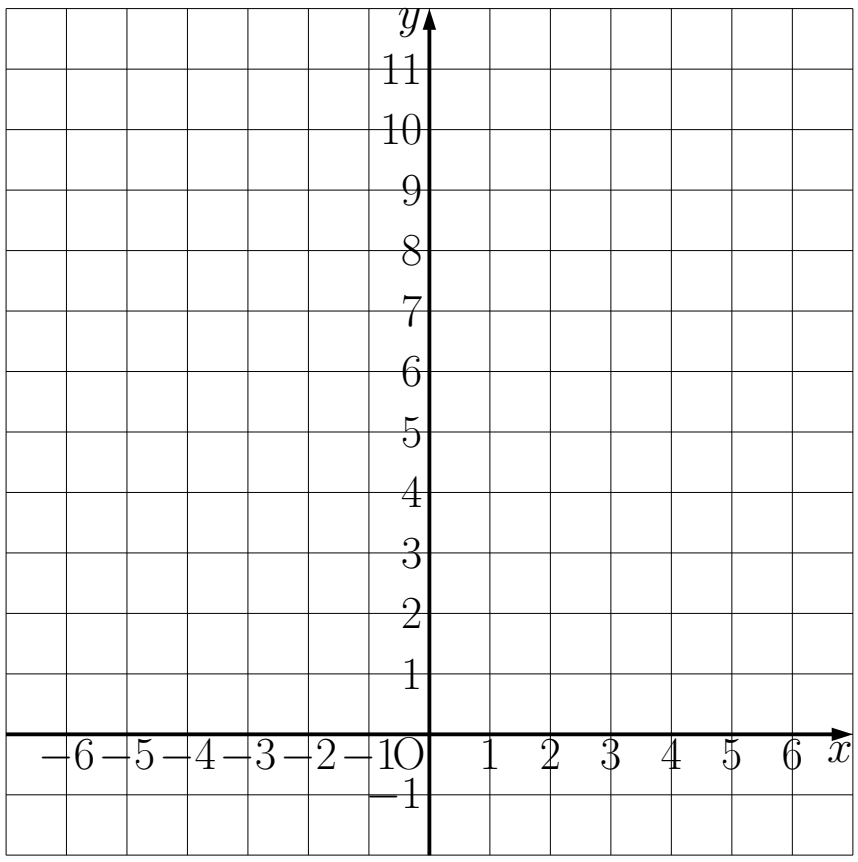
① $a = \frac{1}{2}$

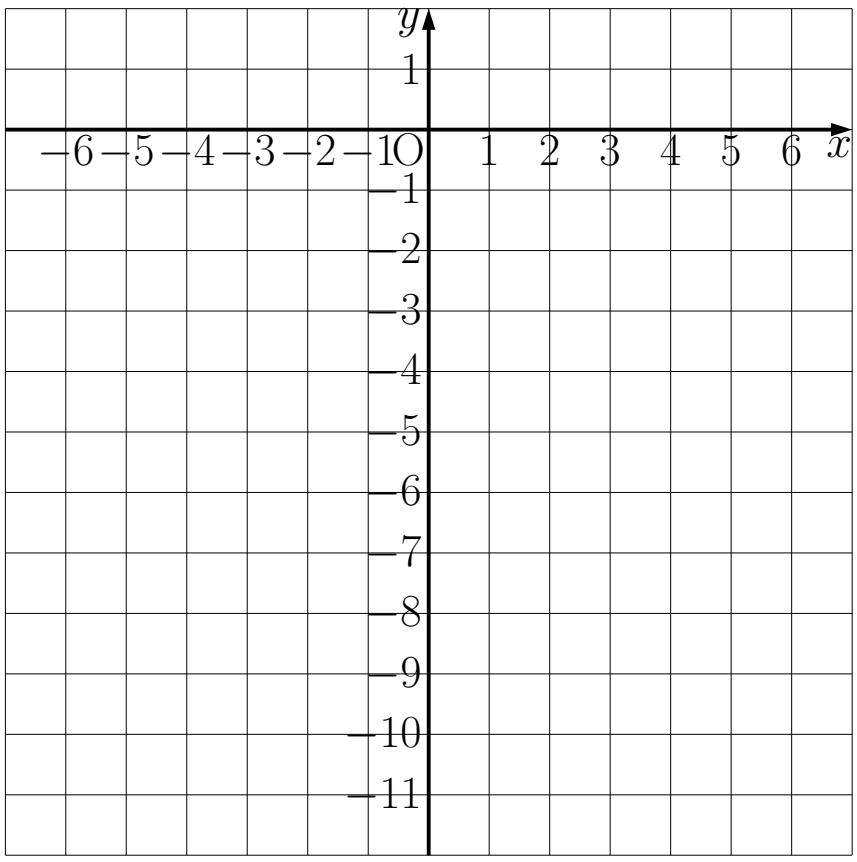
② $y = x + 4$

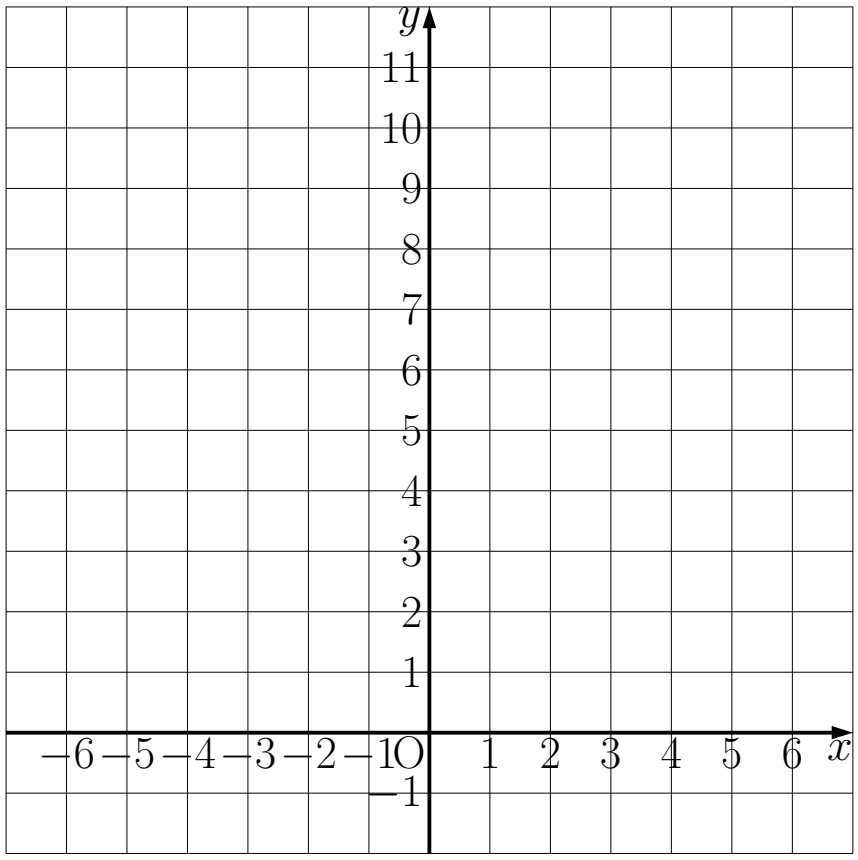
③ 12

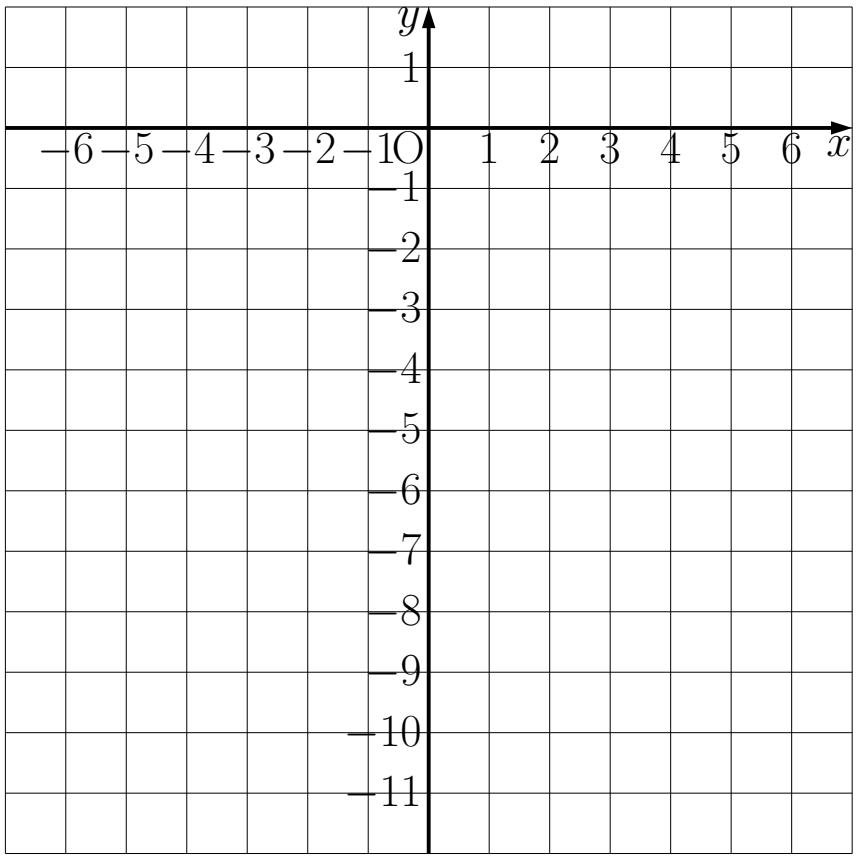
④ 16

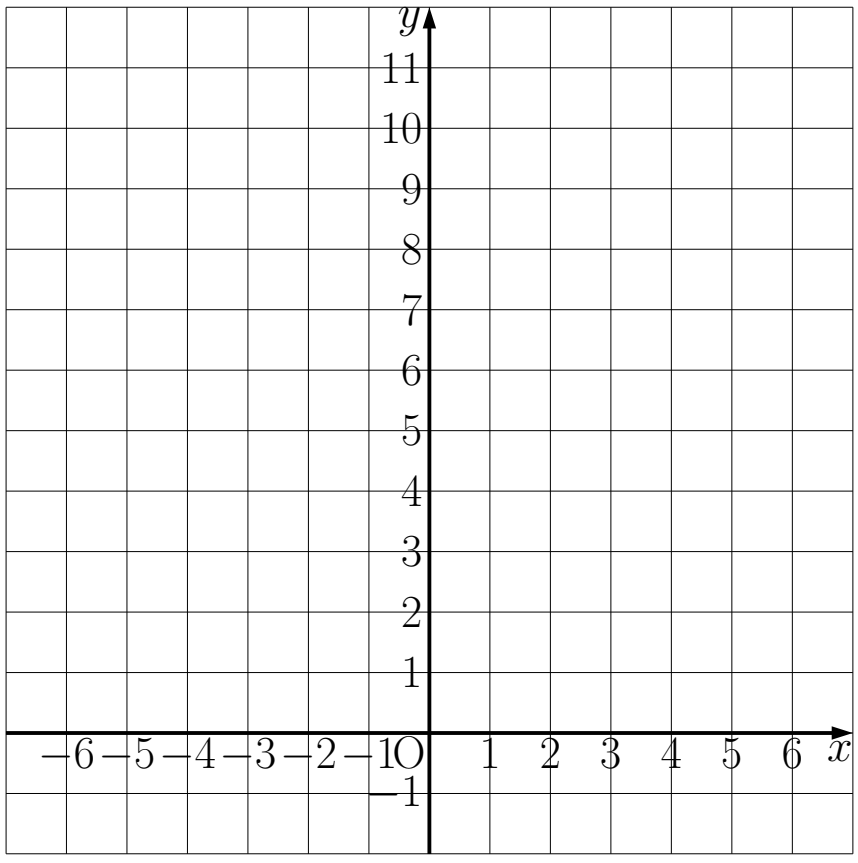
グラフの練習用紙

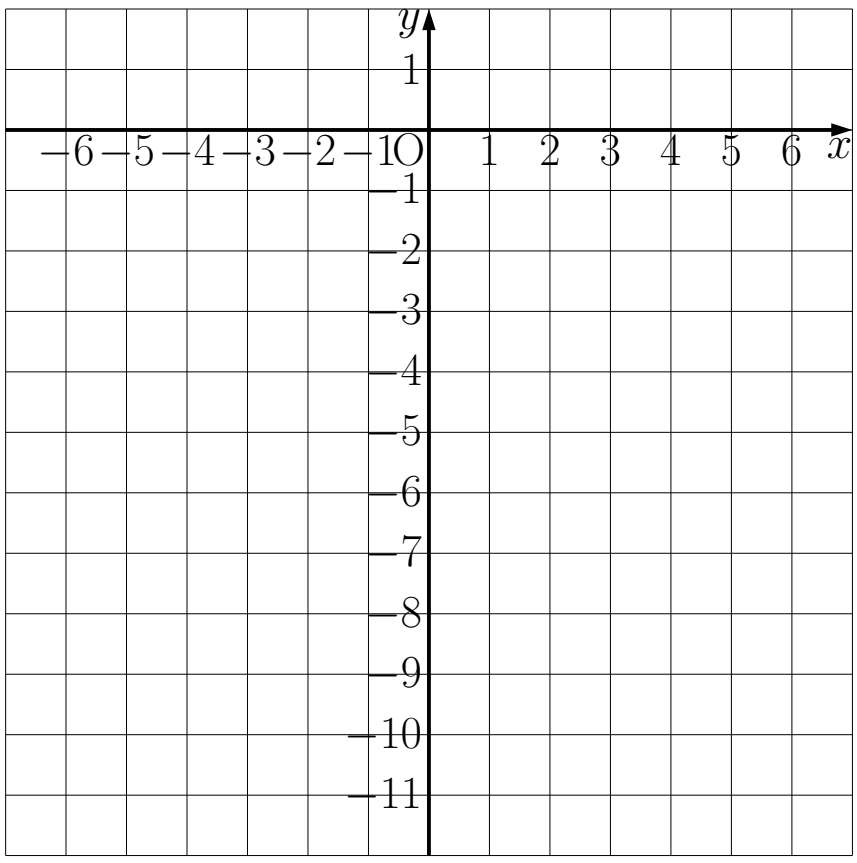
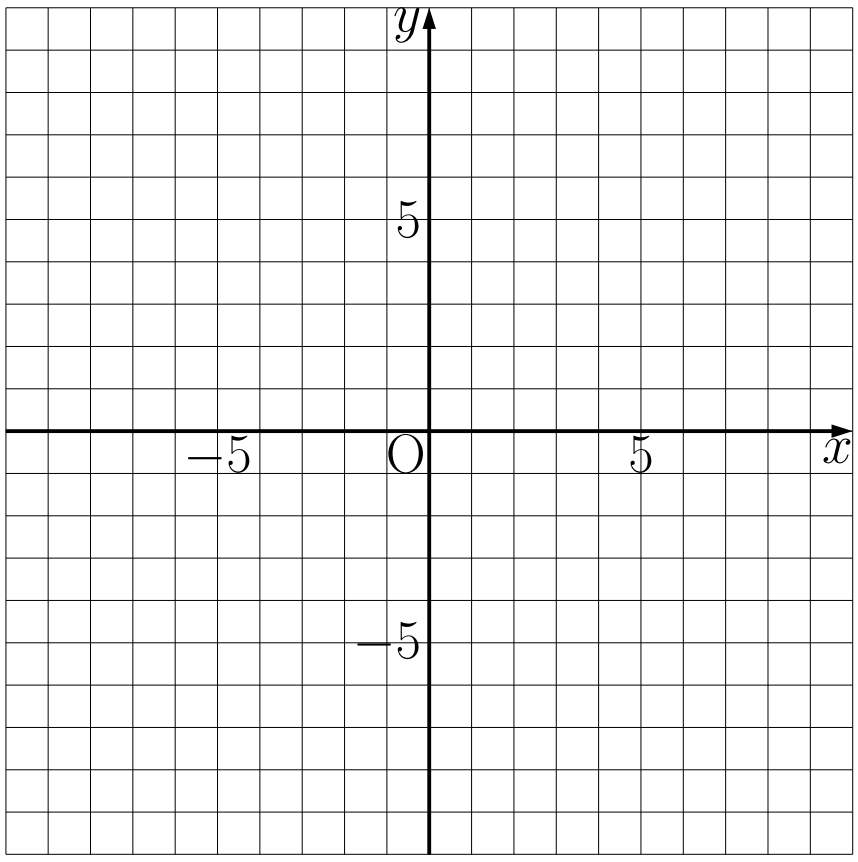
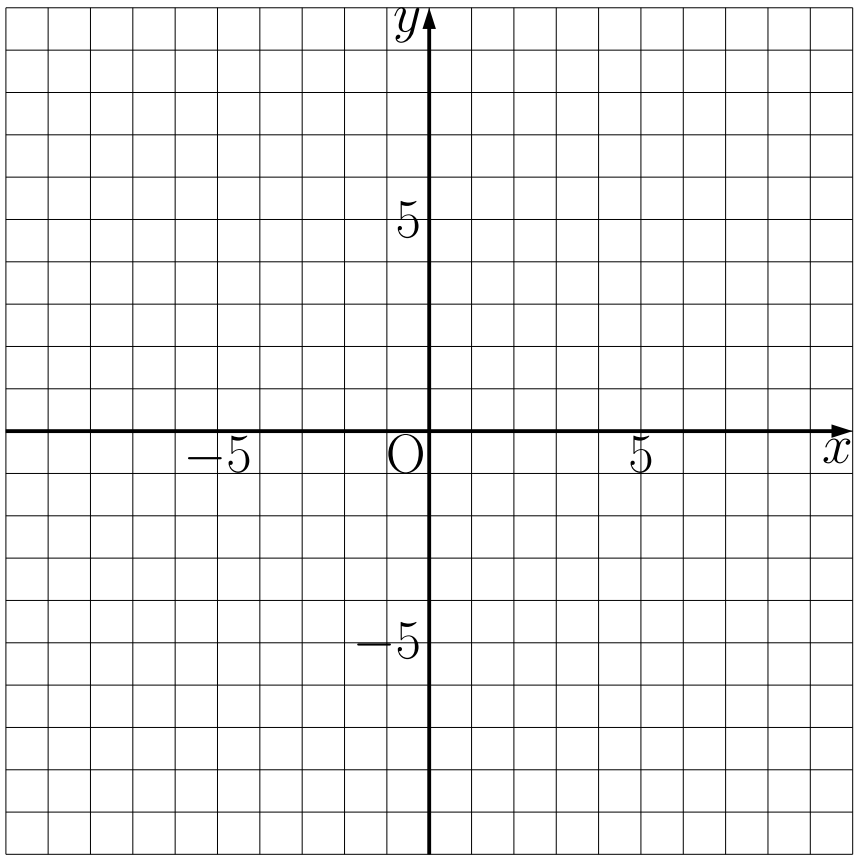
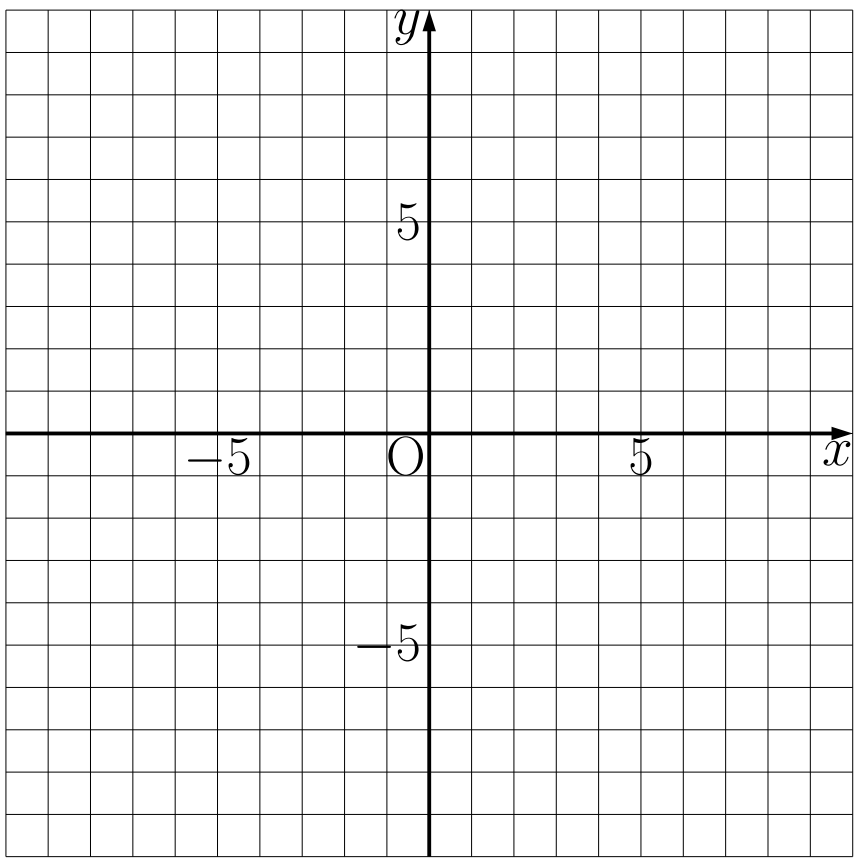
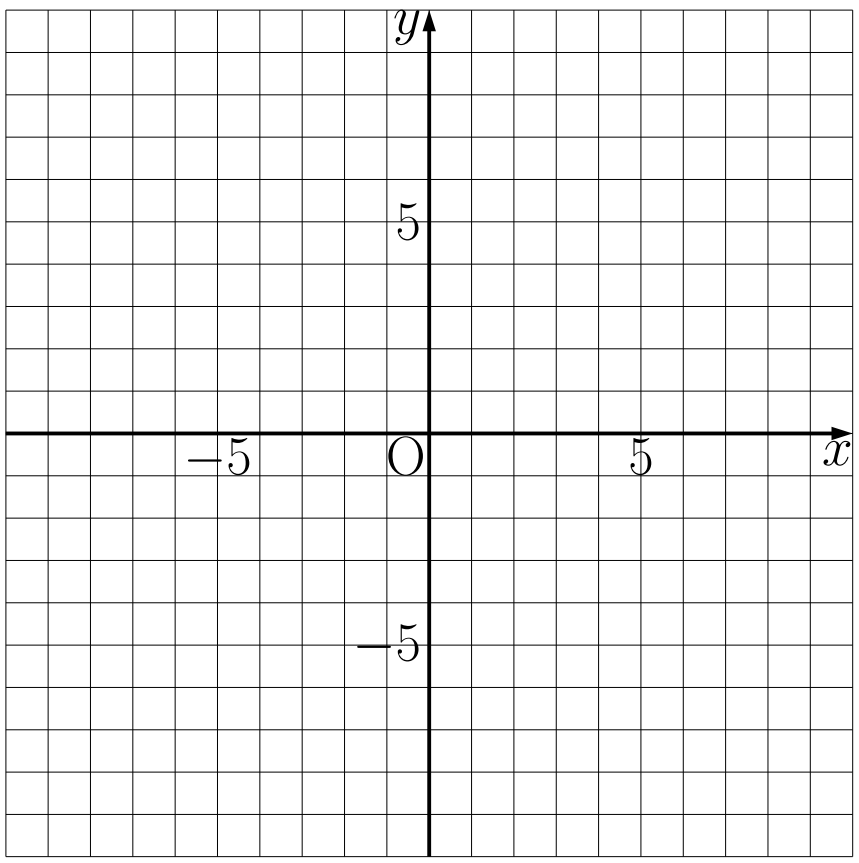
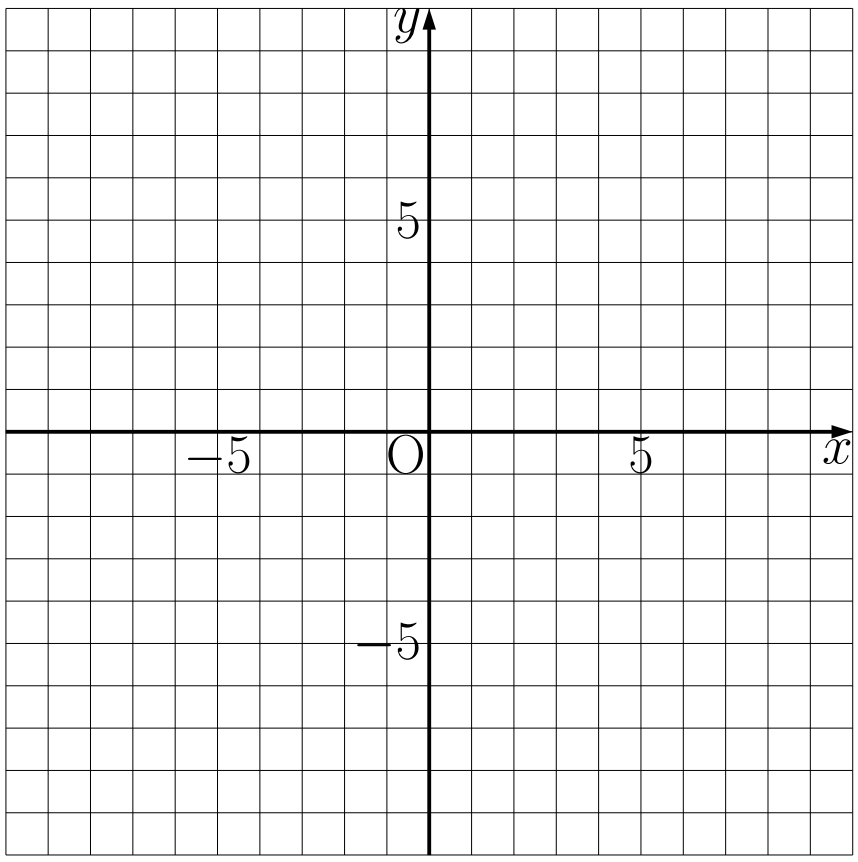
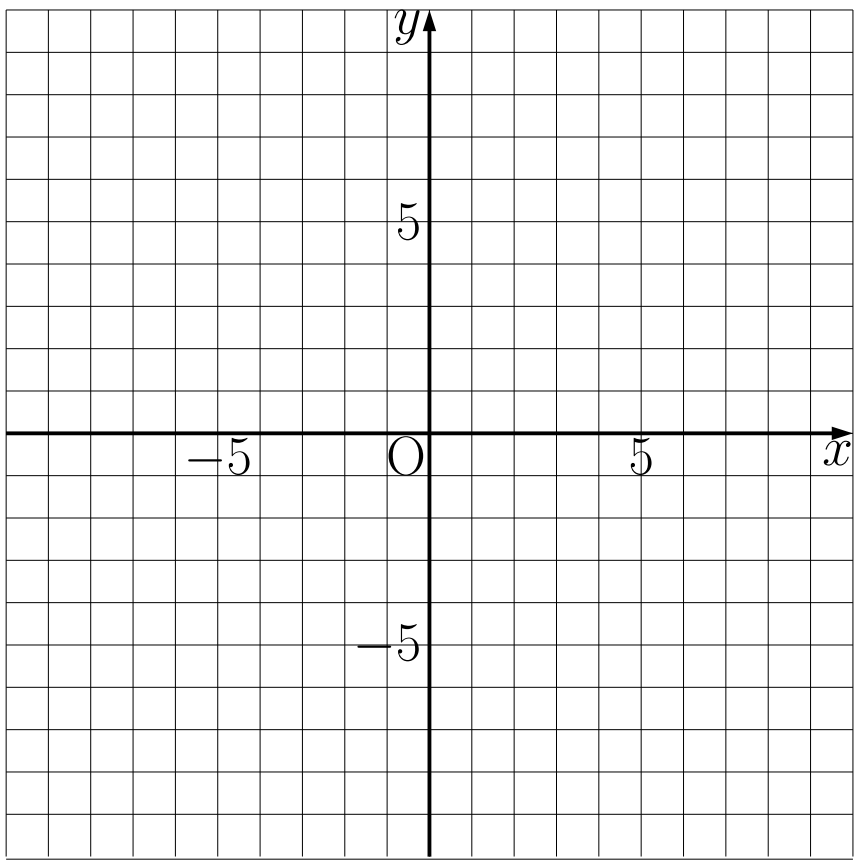

y
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
−6 −5 −4 −3 −2 −1 O 1 2 3 4 5 6 x
−1


y
1
−6 −5 −4 −3 −2 −1 O 1 2 3 4 5 6 x
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7
−8
−9
−10
−11


y
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
−6 −5 −4 −3 −2 −1 O 1 2 3 4 5 6 x
−1


y
1
−6 −5 −4 −3 −2 −1 O 1 2 3 4 5 6 x
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7
−8
−9
−10
−11


y
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
−6 −5 −4 −3 −2 −1 O 1 2 3 4 5 6 x
−1


y
1
−6 −5 −4 −3 −2 −1 O 1 2 3 4 5 6 x
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7
−8
−9
−10
−11

グラフの練習用紙