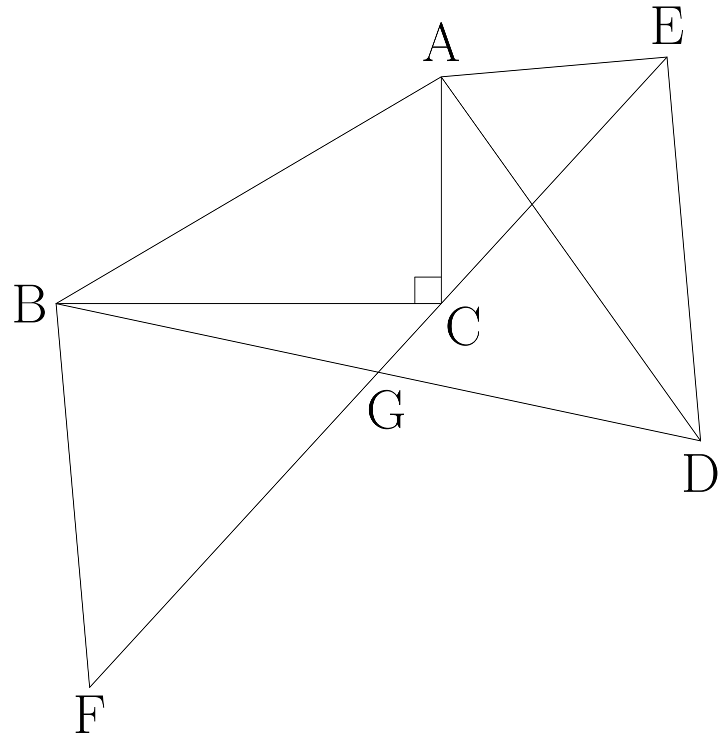
証明問題　三角形の合同３

右の図で三角形ABCは$\angle ACB = 90^\circ$の直角三角形である。三角形ADEは、三角形ABCを頂点Aを中心に回転させたものである。直線CE上に、点Fを$BC = BF$となるようにとる。直線BDと直線EFとの交点をGとするとき、$EG = FG$となることを証明しなさい。



（群馬）

証明問題　三角形の合同３　解答

△BFGと△DEGにおいて
仮定より
$BC = BF = DE$…①
$AE = AC$…②
$\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$ …③
①、②より△BCFと△AECは二等辺三角形だから
$\angle BCF = \angle BFC$…④
$\angle AEC = \angle ACE$…⑤
③、④より
$\angle BFG = \angle BCF = 180^\circ - \angle ACB - \angle ACE = 90^\circ - \angle ACE$…⑥
③、⑤より
$\angle DEG = \angle AED - \angle AEC = 90^\circ - \angle ACE$…⑦
⑥、⑦より
$\angle BFG = \angle DEG$…⑧
⑧より $BF//ED$…⑨
⑨より錯角が等しいから$\angle FBG = \angle EDG$…⑩
①、⑧、⑩より
1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△BFG≡△DEG
合同な図形は対応する辺の長さが等しいから
$EG = FG$

●問題のポイント

ヒロ：ここでは三角形の合同を利用して証明したけど、三角形の合同を使わなくても証明できることに気づいただろうか？