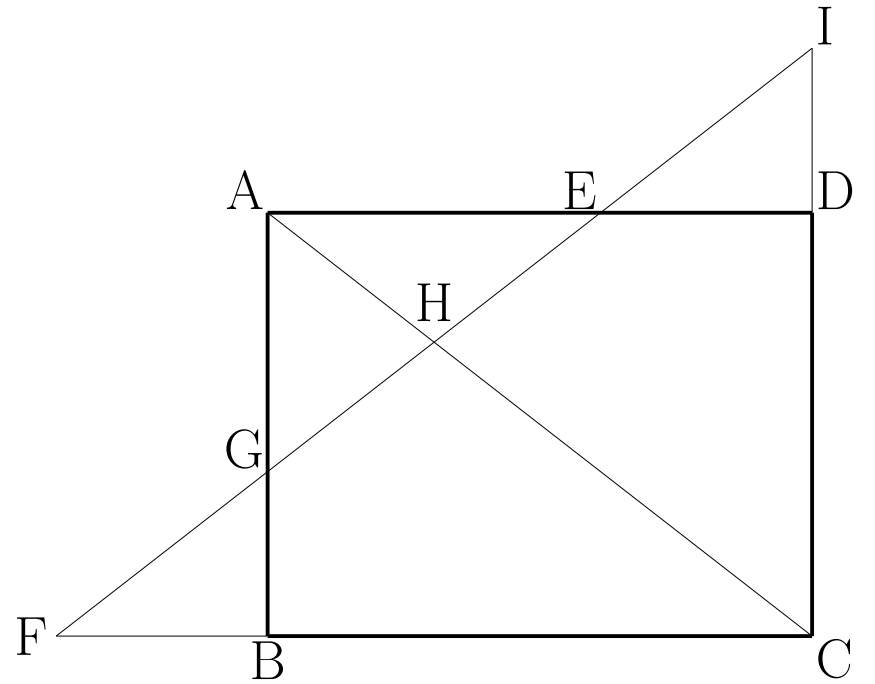


証明問題 三角形の合同 1

右の図のように、長方形 $ABCD$ がある。辺 AD 上に、2 点 A 、 D と異なる点 E をとり、辺 CB の延長上に、 $DE = BF$ となる点 F をとる。また、点 A と点 C を結ぶ。2 点 F 、 E を通る直線と辺 AB 、線分 AC 、辺 CD の延長との交点をそれぞれ G 、 H 、 I



とする。このとき、次の (1)、(2) の問いに答えなさい。

(1) $\triangle GFB \equiv \triangle IED$ であることを証明せよ。

(2) $HA = HG$ であることを証明せよ。

(香川)

証明問題 三角形の合同 1 解答

(1)

$\triangle GFB$ と $\triangle IED$ において

仮定より

$$BF = DE \cdots \textcircled{1}, \angle FBG = 180^\circ - \angle ABC \cdots \textcircled{2}, \angle EDI = 180^\circ - \angle CDA \cdots \textcircled{3}$$

長方形 ABCD より

$$\angle ABC = \angle CDA \cdots \textcircled{4}, AD \parallel BC \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4} \text{より} \angle FBG = \angle EDI \cdots \textcircled{6}$$

$$\textcircled{5} \text{より} AD \parallel FC \text{だから同位角が等しく} \angle GFB = \angle IED \cdots \textcircled{7}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{6}, \textcircled{7}$ より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle GFB \equiv \triangle IED$$

(2)

四角形 IDBG において

$$(1) \text{の結果より} GB = ID \cdots \textcircled{1}$$

長方形 ABCD より $AB \parallel DC \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より 1 組の対辺が平行でその長さが等しいから

四角形 IDBG は平行四辺形

よって $IG \parallel DB \cdots \textcircled{3}$

$$\textcircled{3} \text{より同位角は等しいから} \angle DIG = \angle CDB \cdots \textcircled{4}$$

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ において

BC は共通 $\cdots \textcircled{5}$

$$\text{長方形 ABCD より} AB = DC \cdots \textcircled{6}, \angle ABC = \angle DCB \cdots \textcircled{7}$$

$\textcircled{5}, \textcircled{6}, \textcircled{7}$ より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

よって $\angle BAC = \angle CDB \cdots \textcircled{8}$

$$\textcircled{2} \text{より} AB \parallel IC \text{だから錯角が等しく} \angle DIG = \angle AGH \cdots \textcircled{9}$$

$\textcircled{4}, \textcircled{8}, \textcircled{9}$ より $\angle AGH = \angle GAH$ だから $\triangle HGA$ は二等辺三角形

したがって $HA = HG$

●ポイントの確認

ヒロ：どんな四角形なら平行四辺形といえる？