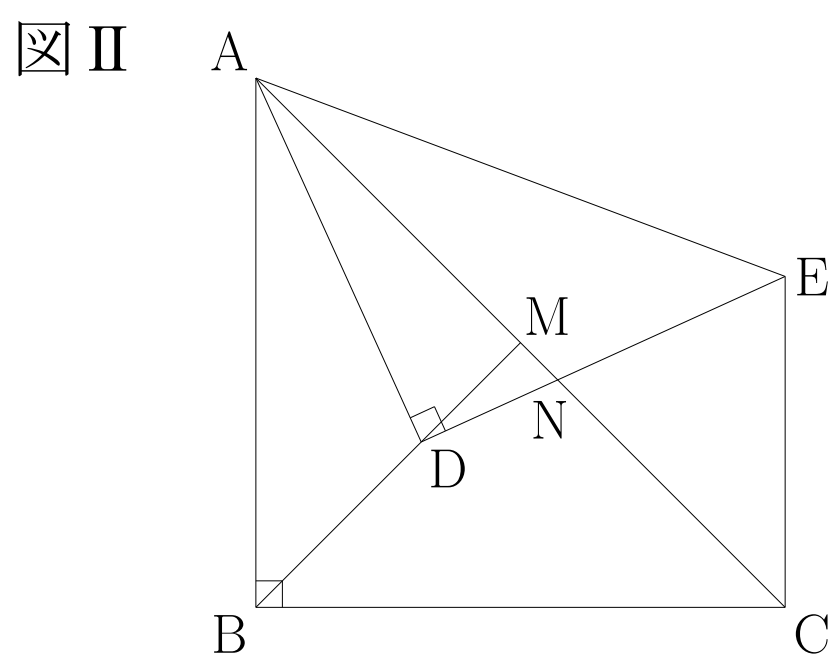
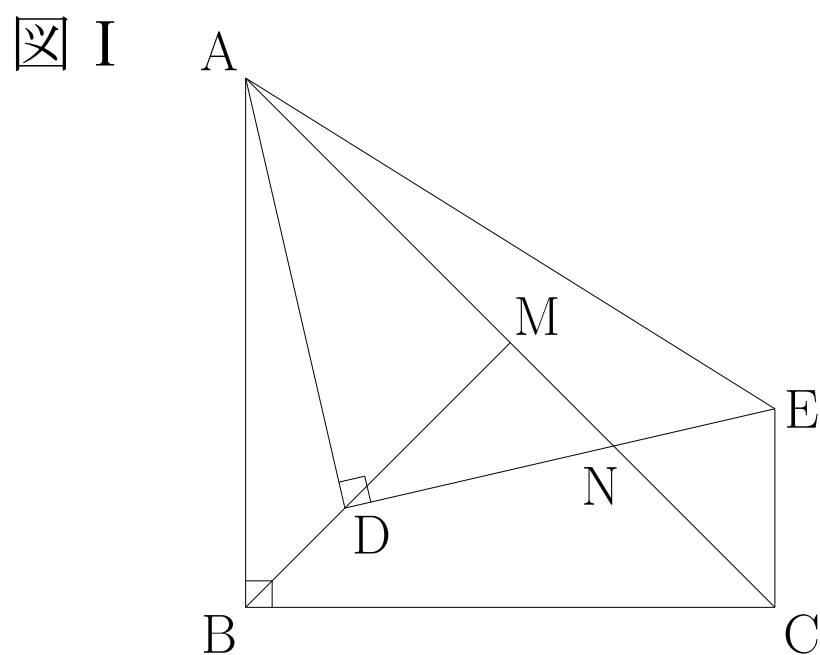


## 相似 証明問題・三角形の相似 3

図 I の三角形  $ABC$  は、 $AB = BC$ 、 $\angle ABC = 90^\circ$  の直角二等辺三角形である。 $\angle ABC$  の二等分線が辺  $AC$  と交わる点を  $M$  とする。線分  $BM$  上に点  $D$  をとり、 $AD = DE$ 、 $\angle ADE = 90^\circ$  となる直角二等辺三角形  $ADE$  を、辺  $AC$  と辺  $DE$  が交わるように作り、 $AC$  と  $DE$  の交点を  $N$  とし、 $C$  と  $E$  を結ぶ。一郎君は、同じ条件で、 $D$  の位置を変えて図 II をかいてみた。この 2 つの図を見て、一郎君は、 $D$  が  $BM$  上のどの位置にあっても、図の中に相似な三角形ができることと、つねに  $\angle BCE = 90^\circ$  であることを予想した。後の (1)、(2) の問いに答えなさい。ただし、 $D$  は  $B$ 、 $M$  と一致しないものとする。



- (1) 三角形  $ABD$  と三角形  $AEN$  が相似であることを証明しなさい。

## 相似 証明問題・三角形の相似 3 解答

(1)

$\triangle ABD$  と  $\triangle AEN$  において

仮定より

$$\angle ABD = \angle BAC = \angle DAE = \angle AEN = 45^\circ \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BAD = \angle BAC - \angle DAN \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle EAN = \angle DAE - \angle DAN \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}、\textcircled{2}、\textcircled{3} \text{より } \angle BAD = \angle EAN \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{1}、\textcircled{4}$ より 2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \sim \triangle AEN$$

## 相似 証明問題・三角形の相似 3

---

(2)  $\angle BCE = 90^\circ$  であることを証明しなさい。

(群馬)

## 相似 証明問題・三角形の相似 3 解答

(2)

$\triangle ABC$  と  $\triangle ADE$  において

仮定より  $\angle BAC = \angle BCA = \angle DAE = \angle DEA = 45^\circ \dots \textcircled{1}$

①より 2組の角がそれぞれ等しいから  $\triangle ABC \sim \triangle ADE \dots \textcircled{2}$

$\triangle ABD$  と  $\triangle ACE$  において

②より  $AB:AC = AD:AE \dots \textcircled{3}$

(1) の証明より  $\angle BAD = \angle CAE \dots \textcircled{4}$

③、④より 2組の辺の比が等しく、その間の角が等しいので

$\triangle ABD \sim \triangle ACE$

よって  $\angle ABD = \angle ACE$

ここで仮定より  $\angle ABD = 45^\circ$  だから

$\angle ABD = \angle ACE = 45^\circ \dots \textcircled{5}$

したがって①、⑤より

$\angle BCE = \angle BCA + \angle ACE = 90^\circ$

### ●ポイントの確認

ヒロ：証明問題というと 2つの三角形が合同または相似であることを証明させる問題がほとんどだけど、(2)のように、それ以外のことを証明させる問題もあるので、対応できるようにしておきたい。