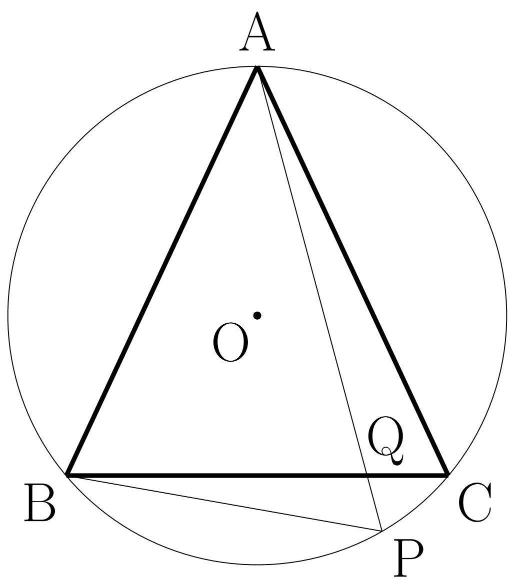
相似　相似の応用

$AB = AC$である二等辺三角形 ABC が円 O に内接している。円周上の、点 A、B、C とは異なる位置に点 P をとり、点 A と点 P、点 B と点 P を直線で結ぶ。直線 AP と直線 BC の交点を Q とする。次の各問いに答えなさい。

（1）　図 1 のように、点 P を、点 Q が辺 BC 上の点となるようにとる。

図 1



①　△ABP∽△AQB を証明しなさい。

②　$AB = 10\text{cm}$、$AQ : QP = 9 : 1$のとき、線分 AQ の長さを求めなさい。

相似　相似の応用　解答

（1）①

△ABP と△AQB において

仮定より

$\angle ABQ = \angle ACB$…①

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから

$\angle ACB = \angle APB$…②

①、②より

$\angle APB = \angle ABQ$…③

また、共通だから

$\angle BAP = \angle QAB$…④

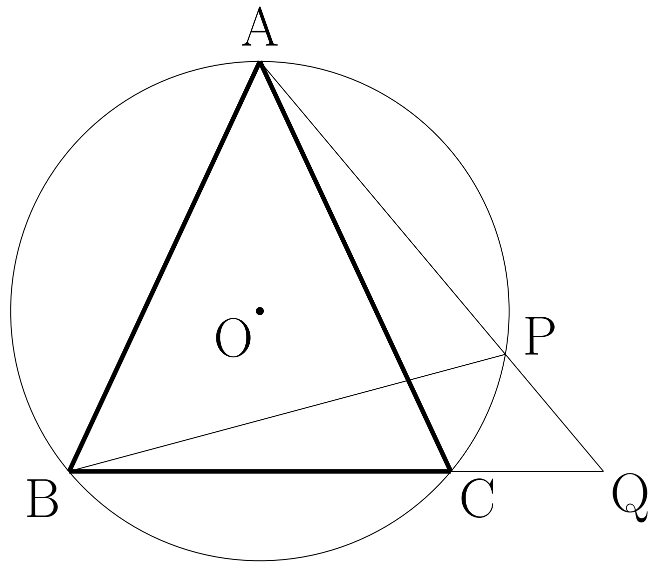
③、④より 2 組の角がそれぞれ等しいから

△ABP∽△AQB

②　$3\sqrt{10}$cm

(2)　図 2 のように、点 P を、点 Q が辺 BC を延長した直線上の点となるようにとる。

図 2



① 点 P を、点 B を含まない $\overset{\frown}{AC}$ 上の点 A、C とは異なるどの位置にとっても成り立つ関係を表す式を、次のア～エから 1 つ選び、記号を書きなさい。

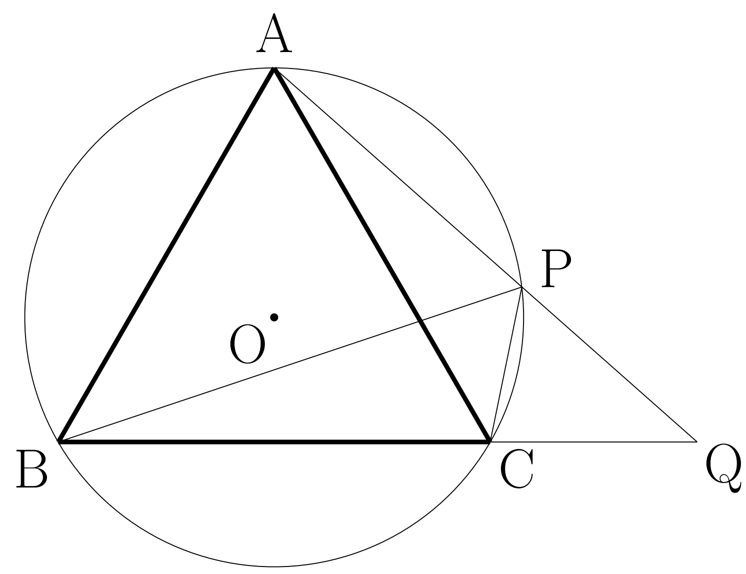
ア　$AP \times AQ = AB \times BP$
イ　$AP \times BQ = AQ \times BP$
ウ　$AB^2 = AQ \times BC$
エ　$AB^2 = AQ \times AP$

②　$\angle BAC$を鋭角とする。$\angle BAP = 90^\circ$、$AB = 3cm$、$AQ = 9cm$のとき、円 O の直径を求めなさい。

(3)　$\angle BAC = 60^\circ$とする。図 3 のように、点 P と C を直線で結んだ時、$PB = 6cm$、$PC = 2cm$、$PQ = 3cm$である。線分 BQ の長さを求めなさい。

(長野)

図 3



相似　相似の応用　解答

（2）①　エ

②　$\sqrt{10}$cm

（3）$3\sqrt{7}$cm

● ポイントの確認

ヒロ：単に三角形の相似を証明するだけでなく、その性質を上手く利用できないかどうか考えてみよう。