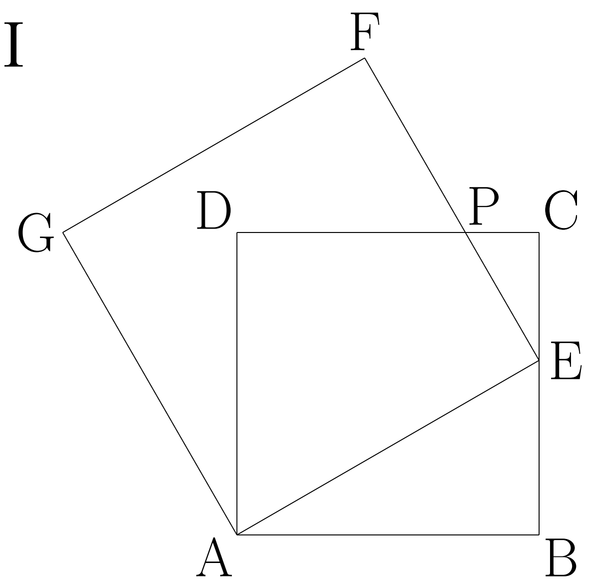
相似　相似比と面積比の応用

次の各問いに答えなさい。

問1　図Ⅰのように、正方形ABCDの辺BC上に点Eをとり、AEを一辺とする正方形AEFGを作る。辺CDと辺EFの交点をPとするとき、次の各問に答えなさい。

図Ⅰ



（1）　$\angle GDA = 90^\circ$ であることを証明したい。下の　　　の中に必要なことを書き入れて、証明を完成しなさい。

証明　△GDAと△EBAで

合同な図形では対応する角の大きさは等しいので

$\angle GDA = \angle EBA$

また、$\angle EBA = 90^\circ$ なので、$\angle GDA = 90^\circ$ である。

相似　相似比と面積比の応用　解答

問 1

（1）

仮定より

$\mathrm{DA} = \mathrm{BA}$…①

$\mathrm{AG} = \mathrm{AE}$…②

$\angle\mathrm{GAE} = \angle\mathrm{DAB} = 90^\circ$ …③

また

$\angle\mathrm{GAD} = \angle\mathrm{GAE} - \angle\mathrm{DAE}$…④

$\angle\mathrm{EAB} = \angle\mathrm{DAB} - \angle\mathrm{DAE}$…⑤

だから③、④、⑤より

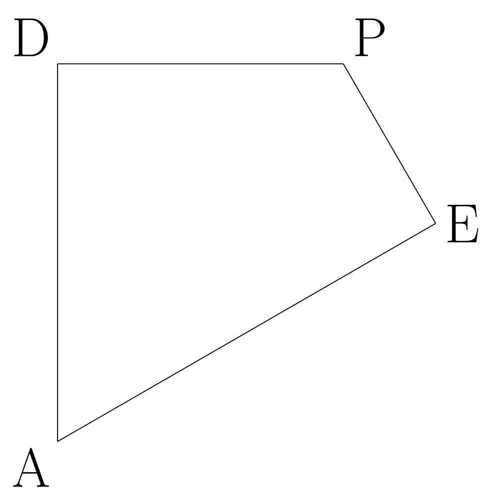
$\angle\mathrm{GAD} = \angle\mathrm{EAB}$…⑥

①、②、⑥より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle\mathrm{GDA} \equiv \triangle\mathrm{EBA}$

（2）　右の図で四角形 AEPD の 4 つの頂点を通る円を考えるとき、その円の中心 O の位置をコンパスと定規を用いて作図しなさい。なお、作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。



問2　問 1 の正方形 ABCD に以下の操作をして、次々と新しい正方形を作る。

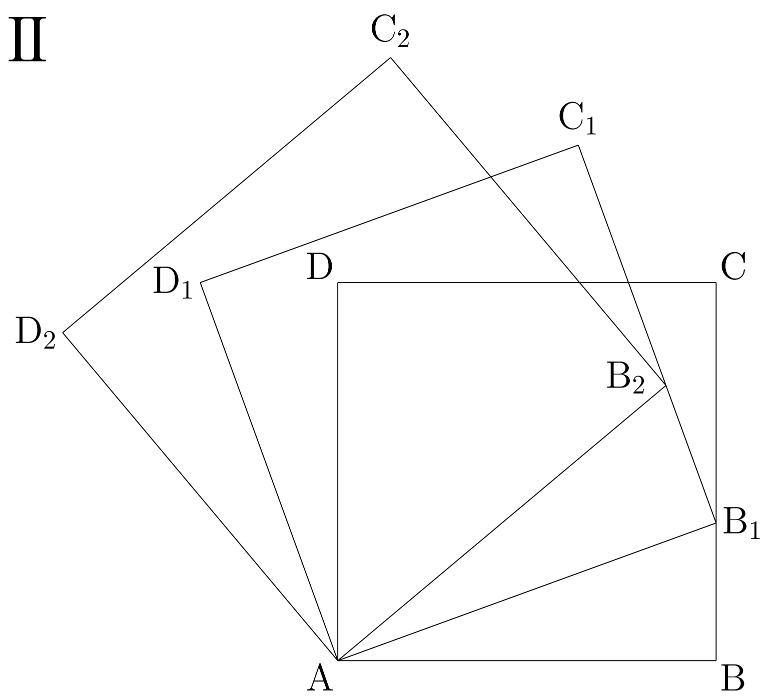
操作 1　正方形ABCDの辺 BC 上に$BB_1 = kBC$（$0 < k < 1$）となる点B_1をとり、AB_1を一辺とする正方形$AB_1C_1D_1$を作る。

操作 2　正方形$AB_1C_1D_1$の辺B_1C_1上に$B_1B_2 = kB_1C_1$（$0 < k < 1$）となる点B_2をとり、AB_2を一辺とする正方形$AB_2C_2D_2$を作る。

以下同様にして、操作 3 により正方形$AB_3C_3D_3$を作り、操作 4 により正方形$AB_4C_4D_4$を作る。図Ⅱは操作 2 が終了した時の状態を表した図である。

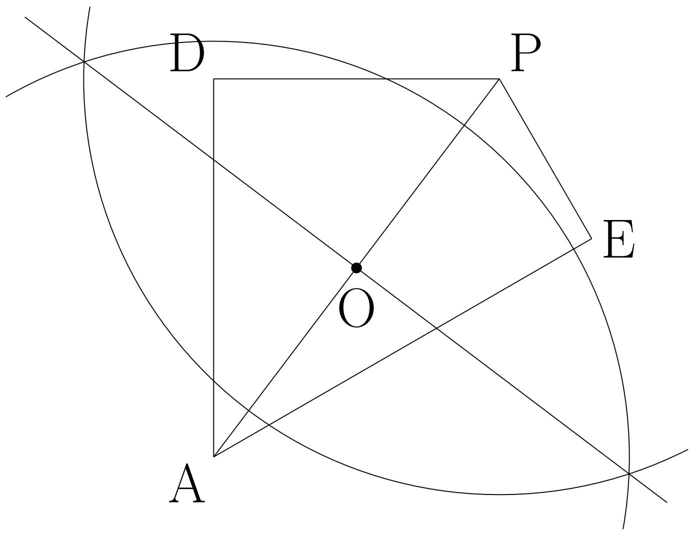
このとき、次の各問いに答えなさい。

図Ⅱ



相似　相似比と面積比の応用　解答

（2）



相似　相似比と面積比の応用

（1）　$k=\frac{1}{2}$のとき、正方形 ABCD と正方形$\mathrm{AB_1C_1D_1}$が重なっている部分の面積をS、正方形 ABCD の面積をTとするとき、$S{:}T$を最も簡単な整数比で表しなさい。

（2）　操作 4 でできた正方形$\mathrm{AB_4C_4D_4}$の面積が正方形 ABCD の面積の$\frac{81}{16}$倍になるとき、kの値を求めなさい。

（鳥取）

相似　相似比と面積比の応用　解答

（1）　$S:T = 11:16$

（2）　$k = \frac{\sqrt{2}}{2}$

●ポイントの確認

ヒロ：最後の問題は規則的に変化する正方形の面積に注目して考えよう。