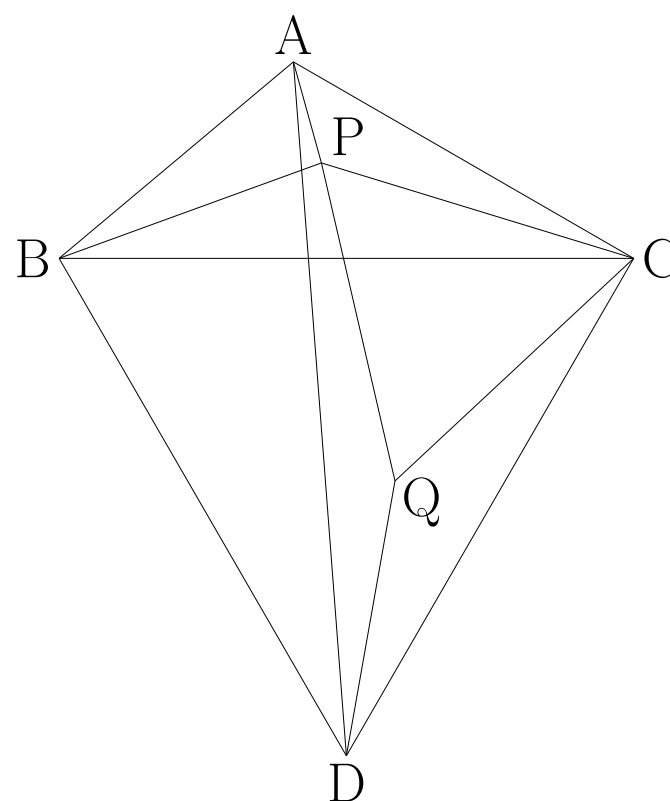


三平方の定理 平面図形の応用問題

右の図で、 $\triangle ABC$ は $\angle ABC = 40^\circ$ 、 $\angle ACB = 30^\circ$ の三角形であり、 $\triangle BDC$ は正三角形である。点 P を $\triangle ABC$ の内部にとり、点 Q を、 $\triangle CPQ$ が正三角形となるように、 $\triangle BDC$ の内部にとる。各問いに答えよ。



(1) $\triangle PBC \equiv \triangle QDC$ となることを証明せよ。

(2) 点 P を $\angle ABP = \angle PBC$ 、 $\angle ACP = \angle PCB$ となるようにとる。このとき、 $\angle BPQ$ の大きさを求めよ。

(3) 点 P を線分 AD 上に $\angle APC = 120^\circ$ となるようにとる。 $AC = a$ 、 $BC = b$ とするとき、3つの線分 PA 、 PB 、 PC の和を a 、 b を用いて表せ。

(奈良)

三平方の定理 平面図形の応用問題 解答

(1)

$\triangle PBC$ と $\triangle QDC$ において

仮定より

$$PC = QC \cdots \textcircled{1}$$

$$BC = DC \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle PCQ = \angle BCD \cdots \textcircled{3}$$

また

$$\angle PCB = \angle PCQ - \angle BCQ \cdots \textcircled{4}$$

$$\angle QCD = \angle BCD - \angle BCQ \cdots \textcircled{5}$$

だから $\textcircled{3}$ 、 $\textcircled{4}$ 、 $\textcircled{5}$ より

$$\angle PCB = \angle QCD \cdots \textcircled{6}$$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{6}$ より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle PBC \equiv \triangle QDC$$

(2) 85°

(3) $\sqrt{a^2 + b^2}$

●ポイントの確認

ヒロ：(3) は PA、PB、PC の長さをそれぞれ a 、 b で表してから足そうとするとつまってしまうので、一工夫しよう。