

数学の解説って

マイ：先生、数学の解説って、どうしてあんなに分かりづらいんでしょうか？

ヒロ：…というと？

マイ：この前、連立方程式の問題で

連立方程式 $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2a \end{cases}$ の解が、方程式 $2x - 3y = 1$ をみたすとき、 a の値と、この連立方程式の解を求めなさい。

(栃木)

というのがあったのですが、解けなくて解説を見たら

$$\begin{cases} x + y = 6 \cdots \text{①} \\ x - y = 2a \cdots \text{②} \end{cases} \text{ とする。}$$

① + ② より $x = 3 + a$ 、① - ② より $y = 3 - a$ だから

$$2(3 + a) - 3(3 - a) = 1 \text{ より } a = \frac{4}{5}$$

したがって

$$x = 3 + \frac{4}{5} = \frac{19}{5} \quad y = 3 - \frac{4}{5} = \frac{11}{5}$$

$$\text{答え } a = \frac{4}{5}, x = \frac{19}{5}, y = \frac{11}{5}$$

解説の意味も分からなくて…。

ヒロ：ああ、なるほど。確かにこの解き方は分かりづらいね。

マイ：分かりづらいというより、全然分からないんですけど…。数学を勉強するたびに思うんですけど、数学の解説ってなんかこう…他の人に対する思いやりがないですよ。分かってもらおうとする気持ちがないといえますか。

ヒロ：それはなかなかざんしん斬新な意見だね（笑）。

マイ：そうでしょうか？数学からは人のぬくもりが全然伝わってきません。

ヒロ：数学のテキストをさわるたびに「あれ？あったかいぞ…」というのもどうかと思うけど…。

マイ：そういうことじゃなくて…。

ヒロ：イヤ、冗談じょうだん（笑）。

マイ：解説なら分かるように書いてほしいです。計算も途中で省略とちゅうしょうりやくされると何してるのか分かりませんし…本当に自分勝手っていうか…。もっと“思いやり”があってもいいと思いませんか？

ヒロ：まあ、確かに人を突き放したようなところはあるかもね。

ユウ：マイの言うように解説の意味も分からないけど、そもそも問題の意味もよく分かんないなあ。

ヒロ：数学ならではの文章になってるからね。きちんと理解できてる人は意外と少ないと思うよ。

ユウ：「求めなさい」って言い方もなあ…。せめて「求めてくださいませんか？」くらいにしてほしい。

ヒロ：それは数学の内容と関係ないよ（笑）。まあ…要するに数学は分かりづらいってことだね？

マイ：はい。

テストの目標は

ヒロ：ところでテストで何点くらいとりたいの？

ユウ：少なくとも平均点は。

マイ：私もある程度はとりたいですね。

ヒロ：具体的にぐ たいてきには何点くらい？

マイ：そうですね…最低 8 割は欲しいです。

ユウ：最低 8 割？ 8 割は高すぎるんじゃない…？

ヒロ：イヤ、意外とそうでもないよ。学校の間とか期末テストの平均点は 6 割くらいに落ち着くことが多いから、8 割が高すぎるってことはないと思う。

ユウ：そうですか？

ヒロ：仮に数学が 100 点満点だったとして、そのうち難しくてもどうしても解けない問題で 10 点、勘違いかんちがや計算ミスで 10 点落としたとしても 80 点はとれるからね。

ユウ：…そう言われればそうか。

ヒロ：もちろん、口で言うほど簡単ではないけど、高すぎる点数ではないと思うな。ちなみに今は平均点くらいはとれてるの？

マイ：残念ながら…。

ユウ：“ある意味”当然ながら（笑）。

ヒロ：ある意味ね（笑）。ということは、とれてないってことだね？

ユウ：そういう言い方もできます（笑）。

ヒロ：なるほど（笑）。今は平均点とれてないけど、8割以上とりたいってことだね。

何を勉強すれば

マイ：何を勉強すればテストで8割以上とれるのでしょうか？

ヒロ：教科書の内容をひとつとおり身につければとれるね。

マイ：教科書だけで足りるのでしょうか？

ヒロ：中間や期末テストならね。テストの問題を見れば分かると思うけど、教科書と同じような問題が多いはず。だから教科書だけで十分。

マイ：何か難しい参考書とか必要かなと思っていたのですが…。

ヒロ：イヤ、平均点とれていないなら教科書だけでいいくらいだね。

ユウ：教科書ってそんなに重要ですか？

ヒロ：重要だね。定期テストは授業の内容がどのくらい身につけているのか調べるのが目的だけど、その授業でいつも使うものといえは？

ユウ：…教科書。あっ、そういうことか。

ヒロ：ちなみに高校入試対策としても教科書は重要。入試は中学で学習した内容がどのくらい身につけているのか調べるものだからね。あまり点数主義的な話は好きじゃないけど、教科書をきちんと身につければ

- 定期テストに良い影響 → 内申点アップ → 合格に近づく
- 入試テストに良い影響 → 合格に近づく

といったことが期待できるね。

ユウ：とにかくまずは教科書か。

マイ：どのくらいの成績をとるまで教科書中心に勉強すればいいのでしょうか？

ヒロ：それは難しい質問だね…。数学の先生同士でも意見が分かれるところだから、ハッキリここまでとは言えない。

マイ：何か目安めやすのようなものでもいいので…。

ヒロ：う～ん…難しい（笑）。個人的な意見でいいなら言うけど。

マイ：お願いします。

ヒロ：さっき話したように、定期テストの平均点はだいたい6割前後におさまることが多いんだけど、平均点が6割のテストで8割とれないなら教科書中心でいいと思う。

マイ：8割…。

ユウ：平均点が6割なら、6割とれないときだけ教科書を勉強すればいいんじゃないですか？

ヒロ：そこは人によって考え方が違うから何とも言えないんだけど、単純に考えると定期テストの点数が6割ってことは、教科書の内容を6割理解しているってこと。つまり、教科書の問題を100題出したら解けるのは60問ぐらいってことだよな？

ユウ：はい。

ヒロ：仮に7割の70問解けたとしても、解けない問題が30問あるのなら、もう少し解けるようにしてもいいんじゃないかな？

ユウ：う～ん…確かに。

ヒロ：最終目標が高校合格なら、まずは教科書の内容を8割以上身につけるところから始めてみたらどうだろう？

ユウ：分かりました。そうします。

一つ問題が

ユウ：ただ、教科書を使って勉強するにしても一つ問題が…。

ヒロ：何？

ユウ：答えと解説がのってない問題があるんです。

ヒロ：確かにそうだね。

ユウ：なんで書いてないんですか？

ヒロ：正確な理由は分からないけど、たぶん学校の先生が解説することを^{ぜんてい}前提に作られてるからだと思う。

ユウ：それじゃあ…授業をちゃんと聞かないと分からないじゃないですか？

ヒロ：それはそうだよ（笑）。それって聞いてないってこと？

ユウ：イヤ…ちゃんと聞いてますよ……だいたい（笑）。

ヒロ：だいたいって（笑）。勉強の基本は学校の授業。これより重要なものはないんだから、しっかり聞かないと。

ユウ：気をつけます（笑）。ただ、一人で勉強するときは答えと解説が書いてあったほうが色々と便利だと思うんですが。

ヒロ：まあ、ないよりあったほうがいいだろうね。

マイ：ただ…書いてあったとしても、さっきの解説みたいに理解できないと意味ないんですよ。

$$\begin{cases} x + y = 6 \cdots \textcircled{1} \\ x - y = 2a \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{とする。}$$

① + ②より $x = 3 + a$ 、① - ②より $y = 3 - a$ だから

$$2(3 + a) - 3(3 - a) = 1 \text{より } a = \frac{4}{5}$$

したがって

$$x = 3 + \frac{4}{5} = \frac{19}{5} \quad y = 3 - \frac{4}{5} = \frac{11}{5}$$

$$\text{答え } a = \frac{4}{5}, x = \frac{19}{5}, y = \frac{11}{5}$$

「① + ②より $x = 3 + a$ 、① - ②より $y = 3 - a$ 」のところはどう計算してるのか分かりませんし、そもそも①と②を足したり引いたりしている時点でさっぱり意味が分からないんですけど…。

ユウ：そこも分からないけど、そのあとの「 $2(3+a) - 3(3-a) = 1$ 」もどこをどう計算しているのか分からないな。

マイ：数学の解説って、かんじんなところに限って省略しょうりやくされてるから、途中とちゅうで分からなくなることが本当に多いのよね。

ユウ：だな。なんか「このくらい書いてあれば分かるだろ？」って言われてる感じがして、正直、ちょっと頭にくるんだよな（笑）。

マイ：一か所つまずくと、その後も分からないし。ここまで分からないと、英語で解説してもらってるのと同じだわ（笑）。

ヒロ：なるほどね（笑）。

どんな解説なら

ヒロ：じゃあ、どんな解説ならいい？

マイ：とにかく、ていねいに解説してほしいですね。「こんなに細かいところまで解説するの？」っていうぐらい。数学の解説って途中で分からなくなることが本当に多いので、そういったことがないようにしてもらいたいですね。あと、できれば間違いやすいポイントとかも解説してもらえるといいですね。どうしてそこで間違うのか分かればミスが減らせますから。

ユウ：僕は数学の初心者だと思って解説してほしいかな。

ヒロ：数学の初心者？

ユウ：例えば連立方程式だったら、連立方程式のことを何も知らなくても分かるような解説というか…。

ヒロ：というと…学校の授業のように、用語の意味から一から解説するってことかな？

ユウ：それもあるんですが、参考書とか問題集の解説ってなんか分かりづらくないですか？説明の仕方が堅苦^{かたくる}しすぎるっていうか…。学校の授業みたいにもっと普通の言葉で説明してもらいたいです。

マイ：あっ、それ分かる。なんか「わざと難しく説明してるんじゃないの？」って思う。

ヒロ：そんなことはないと思うけど（笑）。

マイ：先生にとってはそんなことないかもしれませんが、私たちにとってはそんなことがあります。

ヒロ：そうかな（笑）。

マイ：そうです。

ヒロ：う～ん…まあ、人によって感じ方は違うからね…。そう感じる人にとってそうなんだろうね。ただ…そうすると参考書や問題集を使って勉強するっていうのは難しくなるね。

マイ：そうなりますね…。

ユウ：……先生に解説してもらおうことってできますか？

ヒロ：僕？

ユウ：はい。自分一人で勉強するよりは誰かに教えてもらったほうが分かりやすいし、計算苦手だし、図形も苦手だし、このままだと来月からこづかい減らされるし（笑）。

ヒロ：それは一大事いちだいじだね（笑）。

マイ：私も「勉強しなさい」ってもう言われたくないし…。

ユウ：…ダメですか？

ヒロ：う～ん…まあ、どこまで理解してもらえるか分からないけど、とりあえずやってみようか。こづかい減らされるって聞いて、何もしないわけにもいかないね（笑）。ただ、その前に一つ確認しておきたいことが…。

ユウ：何ですか？

ヒロ：二人に合った解説の仕方。

自分に合った解説を

ヒロ：人によって分かりやすい解説って違うから、自分に合った解説を選ぶことは大切。次の問題なら二通りの解説ができるんだけど、どっちが分かりやすいか判断してほしい。

次の計算をしなさい。

$$3a + 5a$$

一つは『文字の部分が同じ項はまとめるから

$$3a + 5a = (3 + 5)a \\ = 8a$$

文字の部分が同じ項は
まとめる

と計算するんだ』という解説の仕方。もう一つは『 $3a$ っていうのは a が3個あることを表すから、 $3a + 5a$ は3個の a と5個の a を合わせるということ。つまり、全部で a が8個になるから

$$3a + 5a = 8a$$

a が3個 a が8個
 a が5個

と計算するんだ』という解説の仕方なんだけど、どっちが納得できる？

ユウ：絶対あとのほう。最初のほうの解説だと、ただ「ふ〜ん」って感じだけど、後のほうだと「だから $8a$ になるんだ」って分かる。

マイ：私も。あとのほうは意味が分かるので納得できますね。

ヒロ：ということは“数学のルールに重点をおいた解説”より“意味や考え方に重点をおいた解説”のほうが二人には合っているってことだね。ただ、そうなる
と……。

マイ：…何でしょうか？

ヒロ：解説がすごく長くなる。「どうしてそうなるのか？」という理由を一つ一つ説明しなくてはならないからね。それでもいいかな？

マイ：私はかまいません。数学をできないままにしておくのはイヤなので。

ユウ：僕も問題ないです。…というよりこのままだと大問題が発生するんで。

ヒロ：大問題？

ユウ：こづかいです（笑）。

ヒロ：ああ、そうだったね（笑）。じゃあ、教科書を使って解説すればいいのかな？

マイ：う～ん…教科書の問題は学校でやるので、違う問題で練習できればと思うんですけど…。

ヒロ：それなら練習問題プリントを作るから、それを使って教科書の内容を解説するっていうのはどうだろう？

マイ：あっ、それいいですね。

ユウ：教科書の内容が身についたかどうかを確認する問題もあると助かるんですが…。

ヒロ：なるほど…。じゃあ、入試の過去問で確認するといいんじゃないかな？どのみち受験するなら、今のうちから入試問題に慣れておくのはいいことだと思うよ。

ユウ：でも、入試問題っていうと難しいイメージがあるんですが、教科書の内容を身につけただけで解けるんですか？

ヒロ：全国でも有名な私立高校とかなら話は別だけど、普通の公立高校の問題ならちゃんと解けるし、解ける問題しか出題されない。仮に中学で学習しない内容が高校入試に出題されていたら、出題したこと自体が社会的に問題になってしまうからね。

ユウ：なるほど。

ヒロ：ただし

- 教科書の内容をきちんと理解する
- 理解した内容を使いこなせるようにする

という条件がつくけどね。「教科書の内容はだいたい分かる」とか「教科書の問題はとりあえず解ける」という段階だと、ちょっと解くのは難しいと思うな。特に応用問題は。入試のほうも解説する？

ユウ：ん～…とりあえずいいです。教科書の内容が身についたかどうか調べるのが目的なんで。どうしても分からないときはお願いするかもしれませんが。

ヒロ：そう。じゃあ、とりあえず[高校入試問題](#)もいくつか用意しておこうか。ところで、教科書のどこから解説すればいいのかな？

マイ：絶対数学ができるようにしたいので……正負の数から。

ヒロ：^{てっいてき}徹底的にできるようにしたいんだね（笑）。じゃあ…正負の数から解説していこうか。